

УДАРНЫЕ ВОЛНЫ В РЕЛЯТИВИСТСКОМ ГАЗЕ

Б.В. Алексеев, заведующий кафедрой, В.В. Михайлов, преподаватель,

И.В. Овчинникова, доцент

кафедра Физики МИТХТ им. М.В. Ломоносова

e-mail: boris.vlad.alexeev@gmail.com

Рассматривается задача о распространении ударных волн в ультрарелятивистской среде. На основе нелокальной релятивистской гидродинамической теории получена система уравнений для ударных волн. Численное решение этих уравнений позволило проанализировать структуру переходного слоя ударных волн при различных условиях.

The problem of shock waves propagation in ultra-relativistic media is considered. A system of transport equations for shock waves is obtained on the basis of the non-local relativistic hydrodynamic theory. Numerical solution of these equations is applied for analyzing the structure of the transition layer using different boundary conditions.

Ключевые слова: релятивистские гидродинамические уравнения, нелокальные уравнения Алексеева, ударные волны.

Key words: relativistic hydrodynamic equations, non local Alexeev equations, shock waves.

Введение

Задача о распространении ударных волн в газовой среде является классической задачей гидродинамики, позволяющей проверить справедливость различных кинетических теорий. В работе [1] структура переходного слоя ударной волны исследована на основе обобщенного нерелятивистского уравнения Больцмана, показано, что нелокальная гидродинамика дает хорошее совпадение с данными эксперимента. В работах [2], [3] было выведено обобщенное уравнение Больцмана для релятивистской среды, на основе которого получена соответствующая система нелокальных гидродинамических уравнений [4]. Данная система нелокальных уравнений, в отличие от известных локальных теорий [5], позволила получить имеющие фи-

зический смысл результаты при решении задачи о распространении волн малой амплитуды в релятивистской среде [6]. В настоящей работе на основе указанной системы нелокальных уравнений мы рассмотрим задачу о распространении ударных волн в релятивистской среде.

1. Система уравнений для релятивистских ударных волн

Будем решать одномерную стационарную задачу. Пусть R – локальная система покоя, связанная с данным физически бесконечно малым объемом.

Выпишем систему обобщенных релятивистских уравнений Эйлера [4] для этого случая.

Уравнение неразрывности

$$\frac{d}{dx} \left\{ m_0 n_R \gamma_0 v_0 - \tau_0 \frac{\partial}{\partial x} \left((n_R e + p_R) \gamma_0^2 \left(\frac{v_0}{c} \right)^2 + p_R \right) \right\} = 0. \quad (1)$$

Уравнение движения

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dx} \left\{ (n_R e + p_R) \gamma_0^2 \left(\frac{v_0}{c} \right)^2 + p_R - \right. \\ & \left. - \frac{\tau_0}{m_0} \frac{d}{dx} \left((\gamma_0 v_0)^3 m_0^2 n_R \left(\frac{3K_3(\zeta)}{\zeta K_2(\zeta)} + 1 \right) + 3 \gamma_0^3 \left(\frac{v_0}{c} \right) m_0 c p_R \frac{K_3(\zeta)}{K_2(\zeta)} \right) \right\} = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Уравнение энергии

$$\frac{d}{dx} \left\{ (n_R e + p_R) \gamma_0^2 \left(\frac{v_0}{c} \right) - \frac{\tau_0}{m_0} \frac{d}{dx} \left(\gamma_0^3 v_0^2 m_0^2 c n_R \left(\frac{3K_3(\zeta)}{\zeta K_2(\zeta)} + 1 \right) + \left(\gamma_0^3 + 2 \gamma_0^3 \left(\frac{v_0}{c} \right)^2 \right) m_0 c p_R \frac{K_3(\zeta)}{K_2(\zeta)} \right) \right\} = 0, \quad (3)$$

здесь v_0 – скорость движения данного физически бесконечно малого объема среды относительно системы наблюдателя E , n_R – концентрация частиц в системе R , p_R – давление в системе R , e – энергия, приходящаяся на одну частицу в системе R , m_0 – масса покоя частицы, c – скорость света в вакууме,

$$\gamma_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}. \quad (4)$$

Введем параметр $\zeta = \frac{m_0 c^2}{kT}$, где k – постоянная Больцмана, T – температура среды. В уравнения (1)–(3) входит также τ_0 – параметр нелокальности, характеризующий эффективную вязкость в системе и равный, в частности, собственному времени между столкновениями частиц. В данной статье принимаем $\tau_0 = const$.

В уравнениях (1)–(3) $K_2(\zeta)$ и $K_3(\zeta)$ – модифицированные функции Бесселя [5], определяемые как

$$K_n(\zeta) = \left(\frac{\zeta}{2}\right)^n \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right)} \int_1^\infty e^{-\zeta y} (y^2 - 1)^{n-1/2} dy. \quad (5)$$

Проинтегрируем уравнения (1) – (3) по x . Получим

$$m_0 n_R \gamma_0 v_0 = \tau_0 \frac{d}{dx} \left((n_R e + p_R) \gamma_0^2 \left(\frac{v_0}{c}\right)^2 + p_R \right) + C_1, \quad (6)$$

$$(n_R e + p_R) \gamma_0^2 \left(\frac{v_0}{c}\right)^2 + p_R = \frac{\tau_0}{m_0} \frac{d}{dx} \left(\gamma_0 v_0^3 m_0^2 n_R \left(\frac{3K_3(\zeta)}{\zeta K_2(\zeta)} + 1 \right) + 3\gamma_0^3 \left(\frac{v_0}{c}\right) m_0 c p_R \frac{K_3(\zeta)}{K_2(\zeta)} \right) + C_2, \quad (7)$$

$$(n_R e + p_R) \gamma_0^2 \left(\frac{v_0}{c}\right) = \frac{\tau_0}{m_0} \frac{d}{dx} \left(\gamma_0^3 v_0^2 m_0^2 c n_R \left(\frac{3K_3(\zeta)}{\zeta K_2(\zeta)} + 1 \right) + \left(\gamma_0^3 + 2\gamma_0^3 \left(\frac{v_0}{c}\right)^2 \right) m_0 c p_R \frac{K_3(\zeta)}{K_2(\zeta)} \right) + C_3. \quad (8)$$

здесь C_1, C_2, C_3 – постоянные интегрирования.

Будем рассматривать систему уравнений (6)–(8) в ультрарелятивистской среде. Ультрарелятивистская среда является предельным случаем релятивистской среды при $\zeta = \frac{m_0 c^2}{kT} \ll 1$. Это соотношение может выполняться для очень высоких температур или малых масс покоя частиц (например, для нейтрино). При $\zeta \ll 1$ для модифицированных функций Бесселя имеем [5]

$$K_2(\zeta) \approx \frac{2}{\zeta^2}, \quad K_3(\zeta) \approx \frac{8}{\zeta^3}. \quad (9)$$

Учтем также, что

$$\zeta = \frac{m_0 c^2}{kT} = \frac{m_0 n_R c^2}{kT n_R} = \frac{\rho_R c^2}{p_R}. \quad (10)$$

$$p_R \left(4\gamma_0^2 \left(\frac{v_0}{c}\right)^2 + 1 \right) = \frac{12\tau_0}{c} \frac{d}{dx} \left(\frac{p_R^2}{\rho_R} \frac{v_0}{c} \gamma_0^3 \left(\left(\frac{v_0}{c}\right)^2 + 1 \right) \right) + C_2. \quad (14)$$

$$p_R \gamma_0^2 \left(\frac{v_0}{c}\right) = \tau_0 \frac{d}{dx} \left(\frac{p_R^2}{c \rho_R} \gamma_0^3 \left(1 + 5 \left(\frac{v_0}{c}\right)^2 \right) \right) + C_3. \quad (15)$$

Введем безразмерные переменные

$$\hat{v} = \frac{v_0}{c}, \quad \hat{\rho} = \frac{\rho_R}{\rho_{R0}}, \quad \hat{p} = \frac{p_R}{p_{R0}}, \quad \hat{x} = \frac{x}{x_0}. \quad (16)$$

Кроме того, введем безразмерный параметр

$$A = \frac{\tau_0 p_{R0}}{c \rho_{R0} x_0}. \quad (17)$$

Тогда получим безразмерную систему уравнений для ударных волн в ультрарелятивистской среде в виде

где ρ_R – плотность среды в системе R. Кроме того, для ультрарелятивистского случая справедливо соотношение [4], известное, в частности, в теории излучения

$$e = 3kT. \quad (11)$$

Учитывая, что $p_R = n_R kT$, получим

$$n_R e + p_R \approx 4p_R. \quad (12)$$

Преобразуем систему уравнений (6)–(8), используя (9), (10), (12).

Тогда система уравнений для ударных волн принимает вид

$$\rho_R \gamma_0 v_0 = \tau_0 \frac{d}{dx} \left(p_R \left(4\gamma_0^2 \left(\frac{v_0}{c}\right)^2 + 1 \right) \right) + C_1. \quad (13)$$

$$\hat{\rho} \frac{\hat{v}}{\sqrt{1-\hat{v}^2}} = A \frac{d}{d\hat{x}} \left(\hat{p} \frac{1+3\hat{v}^2}{1-\hat{v}^2} \right) + C_1 \quad (18)$$

$$\hat{p} \frac{1+3\hat{v}^2}{1-\hat{v}^2} = 12A \frac{d}{d\hat{x}} \left(\frac{\hat{p}^2}{\hat{\rho}} \frac{\hat{v}(1+\hat{v}^2)}{(1-\hat{v}^2)^{3/2}} \right) + C_2 \quad (19)$$

$$\hat{p} \frac{\hat{v}}{1-\hat{v}^2} = A \frac{d}{dx} \left(\frac{\hat{p}^2 (1+5\hat{v}^2)}{\hat{\rho} (1-\hat{v}^2)^{3/2}} \right) + C_3 \quad (20)$$

Обозначим индексом «b» («before») решения до ударной волны и индексом «a» («after») решения после ударной волны. Поскольку «до» и «после» ударной волны возмущения нет, решения $\hat{p}, \hat{\rho}, \hat{v}$ в этих областях не зависят от координаты и все производные по x обращаются в нуль. Тогда из (18)-(20) следуют условия:

$$\hat{p}_b \frac{\hat{v}_b}{\sqrt{1-\hat{v}_b^2}} = \hat{p}_a \frac{\hat{v}_a}{\sqrt{1-\hat{v}_a^2}} = C_1, \quad (21)$$

$$\hat{p}_b \frac{3\hat{v}_b^2+1}{1-\hat{v}_b^2} = \hat{p}_a \frac{3\hat{v}_a^2+1}{1-\hat{v}_a^2} = C_2 \quad (22)$$

$$\hat{p}_b \frac{\hat{v}_b}{1-\hat{v}_b^2} = \hat{p}_a \frac{\hat{v}_a}{1-\hat{v}_a^2} = C_3 \quad (23)$$

Полученные уравнения (21)-(23) совпадают с известными релятивистскими условиями Ренкина – Гюгонио [5].

Если $\hat{v} \ll 1$, то есть скорость движения среды относительно системы наблюдателя E мала, то условия (21)-(23) принимают вид

$$\hat{\rho}_b \hat{v}_b = \hat{\rho}_a \hat{v}_a = C_1 \quad (24)$$

$$\hat{\rho}_b \hat{v}_b = \hat{\rho}_a \hat{v}_a = C_1, \quad (25)$$

$$\hat{p}_b \hat{v}_b = \hat{p}_a \hat{v}_a = C_3, \quad (26)$$

откуда следует $\hat{p}_b = \hat{p}_a$, $\hat{v}_b = \hat{v}_a$, $\hat{v}_b = \hat{v}_a$, то есть при $\hat{v} \ll 1$ в ультрарелятивистской среде ударная волна не возникает.

Рассмотрим теперь произвольные значения скорости $\hat{v}$. Если $p_a \gg p_b$, то есть плотность энергии позади волны существенно превышает плотность энергии впереди, то из (22) следует, что $\hat{v}_b \approx 1$ ($v_{0b} \approx c$). Соответственно из (21) имеем $\rho_a \gg \rho_b$, то есть плотность позади волны также существенно возрастает.

Разделим (22) на (23), получим

$$\frac{3\hat{v}_b^2+1}{\hat{v}_b} = \frac{3\hat{v}_a^2+1}{\hat{v}_a}. \quad (27)$$

Положим $\hat{v}_b \approx 1$, имеем

$$3\hat{v}_a^2 - 4\hat{v}_a + 1 = 0, \quad (28)$$

$$\hat{v}_a = 1, \quad \hat{v}_a = \frac{1}{3}. \quad (29)$$

Возникновению ударной волны отвечает второе решение. Таким образом, имеем

$$\hat{v}_b \approx 1, \quad \hat{v}_a = \frac{1}{3}, \quad (30)$$

или

$$v_{0b} \approx c, \quad v_{0a} = \frac{c}{3}. \quad (31)$$

Проанализируем возможные значения постоянной A в ультрарелятивистском случае. Выражение (17) для постоянной A с помощью (10), может быть записано как

$$A = \frac{\tau_0 p_{R0}}{c \rho_{R0} x_0} = \frac{\tau_0 c}{x_0 \zeta_0}, \quad (32)$$

где

$$\zeta_0 = \frac{\rho_{R0} c^2}{p_{R0}}. \quad (33)$$

В соответствии с теорией относительности, энергия E частицы, движущейся со скоростью v , определяется по формуле

$$E = m_0 c^2 / \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (34)$$

Условно приравняв E и среднюю энергию ϵ , приходящуюся на одну частицу в ультрарелятивистском случае (11), получим

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{m_0 c^2}{3kT}, \quad (35)$$

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{\zeta}{3}. \quad (36)$$

При $\xi \ll 1$ из (36) следует, что $v \approx c$. Тогда можно сказать, что в ультрарелятивистском случае частицы «в среднем» движутся со скоростью, близкой к скорости света. Тогда $\tau_0 c \approx l_0$, где l_0 – длина свободного пробега частицы.

Отношение l_0 к характерному размеру задачи x_0 есть число Кнудсена Kn . Таким образом, безразмерную постоянную A можно приближенно записать в виде

$$A \approx Kn / \zeta_0. \quad (37)$$

Выберем параметр $\zeta_0 \ll 1$, например, $\zeta_0 \approx 0.1$. Тогда

$$A \approx 10Kn. \quad (38)$$

2. Численные расчеты структуры релятивистских ударных волн

Перейдем к численному решению системы уравнений (18–20). Численные расчёты, позволившие проанализировать зависимость параметров потока от начальных значений скорости и числа Kn , были произведены следующим образом:

1. Для упрощения расчетов было осуществлено преобразование системы уравнений (18 – 20) к следующему виду (путем дифференцирования по $\hat{x}$):

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\hat{x}} \left(\hat{\rho} \frac{\hat{v}}{\sqrt{1-\hat{v}^2}} \right) &= A \frac{d^2}{d\hat{x}^2} \left(\hat{p} \frac{1+3\hat{v}^2}{1-\hat{v}^2} \right), \\ \frac{d}{d\hat{x}} \left(\hat{p} \frac{1+3\hat{v}^2}{1-\hat{v}^2} \right) &= 12A \frac{d^2}{d\hat{x}^2} \left(\frac{\hat{p}^2}{\hat{\rho}} \frac{\hat{v}(1+\hat{v}^2)}{(1-\hat{v}^2)^{3/2}} \right), \\ \frac{d}{d\hat{x}} \left(\hat{p} \frac{\hat{v}}{1-\hat{v}^2} \right) &= A \frac{d^2}{d\hat{x}^2} \left(\frac{\hat{p}^2}{\hat{\rho}} \frac{(1+5\hat{v}^2)}{(1-\hat{v}^2)^{3/2}} \right). \end{aligned} \quad (39)$$

2. Исходя из предыдущих преобразований, граничные условия были приняты в следующем виде:

$$\begin{aligned} \hat{v}(0) &= u_b, \quad \hat{v}(L) = u_a, \\ \hat{P}(0) &= \hat{p}_b, \quad \hat{P}(L) = \hat{p}_a, \\ \hat{\rho}(0) &= \hat{\rho}_b, \quad \hat{\rho}(L) = \hat{\rho}_a, \\ \left(\frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{x}} \right)_{\hat{x}=0} &= 0, \quad \left(\frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{x}} \right)_{\hat{x}=L} = 0, \\ \left(\frac{\partial \hat{P}}{\partial \hat{x}} \right)_{\hat{x}=0} &= 0, \quad \left(\frac{\partial \hat{P}}{\partial \hat{x}} \right)_{\hat{x}=L} = 0, \\ \left(\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial \hat{x}} \right)_{\hat{x}=0} &= 0, \quad \left(\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial \hat{x}} \right)_{\hat{x}=L} = 0; \end{aligned} \quad (40)$$

здесь L – выбранная ширина расчетного интервала ($L=10$).

Значения параметров при некоторых режимах течения и соответствующие значения констант C_1, C_2, C_3 (см. (18-20)) на расчётных границах приведены в таблице. Граничные условия определялись в соответствии с условиями Ренкина-Гюгонио (21-23). Условия до ударной волны имеют вид $\hat{p}_b = 1, \hat{\rho}_b = 1$.

3. Основная численная схема, используемая в расчетах – центральные разности. При формировании расчётных схем уравнений (39) использовались аппроксимации второго порядка точности вида:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial x} &= \frac{f_{i+1}^k - f_{i-1}^k}{2\Delta x}, \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} &= \frac{f_{i+1}^k - 2f_i^k + f_{i-1}^k}{\Delta x^2}. \end{aligned} \quad (41)$$

4. Использование демпфирования, (впервые введенное Б.В. Алексеевым при итеративном

численном решении краевых задач [7]) ликвидирует колебательную неустойчивость. Впоследствии подобный метод использовался неоднократно многими авторами и является проверенным инструментом при расчётах, в частности, обобщённых уравнений Больцмана и обобщённых уравнений гидродинамики Б.В. Алексеева [1]. В данных расчётах применялись разные величины демпфера – от 2 до 15 %, это связано с различным поведением расчётных схем при различных значениях используемых констант. При увеличении параметра A и, следовательно, числа Кнудсена в большей мере проявляются элементы колебательной неустойчивости разностной схемы, что требует существенного увеличения числа итераций.

Задача решалась при малых числах Kn , то есть для режимов, дающих возможность статистического описания состояния гидродинамической системы. В соответствии с (38), расчеты проводились при различных значениях постоянной A от 0.00001 до 0.1. Скорость потока до ударной волны изменяли от $\hat{v}_b = 0.9990$ до $\hat{v}_b = 0.3337$ (с шагом 0.007), то есть было просчитано 1000 точек при каждом значении A . При скоростях $\hat{v}_b$, меньших $\frac{1}{3}$, проводить рас-

четы было не нужно, поскольку при этих скоростях мы получаем решения, зеркально симметричные уже полученным (см. (30)), то есть волна сжатия сменяется волной разрежения. Результаты численных расчетов структуры ударной волны при $A=0.001$ для режимов течения, приведенных в таблице 1, показаны на рис. 1–14. Интервал изменения безразмерной координаты был выбран $[0,10]$, однако расчеты показали, что для наблюдения структуры переходного слоя ударной волны достаточно привести результаты в интервале $[4, 6]$ (см. рис. 1 – 4). Поэтому в дальнейшем для удобства наблюдения результаты приводятся в интервале $[4, 6]$. Это замечание относится только к форме представления результатов, поскольку использование чрезмерно узкого исходного интервала численного интегрирования приводит к разрушению численной схемы. Отметим, что масштаб по оси ординат одинаков для рис. 1 – 6, но увеличен для рис. 7-10 и еще раз увеличен для рис. 11–14. Необходимость увеличения масштаба связана с быстрым уменьшением высоты ударной волны при уменьшении граничной скорости.

Граничные условия и постоянные C_1, C_2, C_3 для различных режимов течения

	До скачка			После скачка			Константы интегрирования		
	Скорость потока	Давление	Плотность	Скорость потока	Давление	Плотность	C_1	C_2	C_3
1	0.9990	1.00	1.00	0.3337	1331.000 3	63.1270	22.3439	1998.000 5	499.7499
2	0.9664	1.00	1.00	0.3449	37.3205	10.2253	3.7577	57.4807	14.6116
3	0.8665	1.00	1.00	0.3847	7.6993	4.1643	1.7356	13.0490	3.4765
4	0.7333	1.00	1.00	0.4546	2.7680	2.1130	1.0784	5.6520	1.5861
5	0.5834	1.00	1.00	0.5713	1.0427	1.0319	0.7183	3.0640	0.8845
6	0.5801	1.00	1.00	0.5746	1.0191	1.0143	0.7122	3.0286	0.8743

Из полученных графиков (рис.1-14) видно, что ширина переходного слоя ударной волны существенно уменьшается при уменьшении начальной скорости потока. Будем считать шириной переходного слоя

$$\delta = |x_{\max} - x_{\min}|, \quad (42)$$

где $\hat{v}(x_{\min}) = 0.99$, $\hat{v}(x_{\max}) = 1.01\hat{v}_a$.

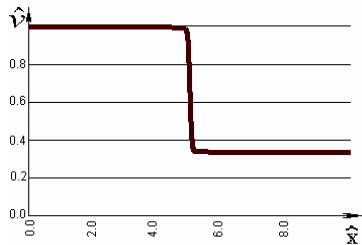


Рис. 1. Изменение скорости потока по фронту ударной волны, на интервале $\hat{x} \in [0;10]$. Скорость до скачка 0.9990с. $A=0.001$.

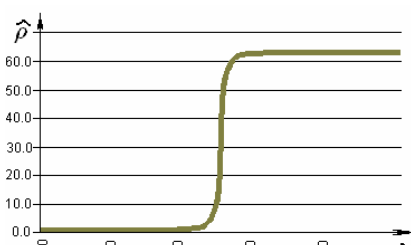
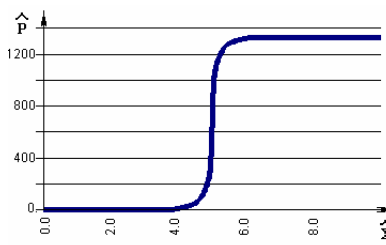


Рис. 2. Изменение плотности (а) и давления (б) потока по фронту ударной волны, на интервале $\hat{x} \in [0;10]$. Скорость до скачка 0.9990с. $A=0.001$.

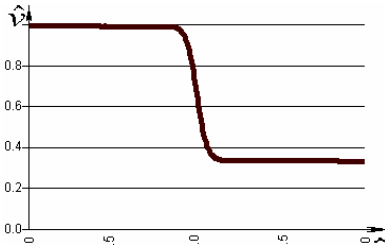


Рис. 3. Изменение скорости потока по фронту ударной волны, на интервале $\hat{x} \in [4;6]$. Скорость до скачка 0.9990с. $A=0.001$.

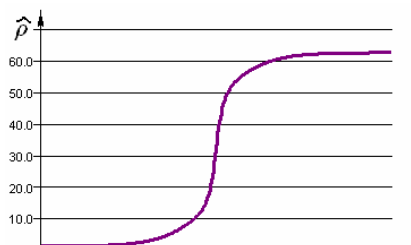
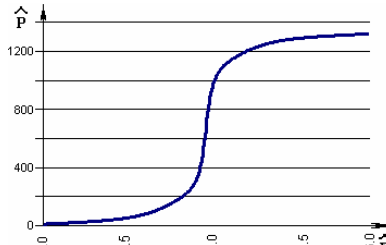


Рис. 4. Изменение плотности (а) и давления (б) потока по фронту ударной волны, на интервале $\hat{x} \in [4;6]$. Скорость до скачка 0.9990с. $A=0.001$.

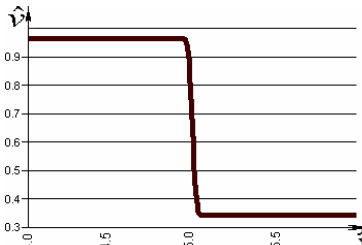


Рис. 5. Изменение скорости потока по фронту ударной волны, на интервале $\hat{x} \in [4;6]$. Скорость до скачка 0,9664с. $A=0,001$.

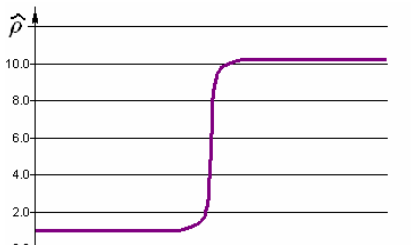
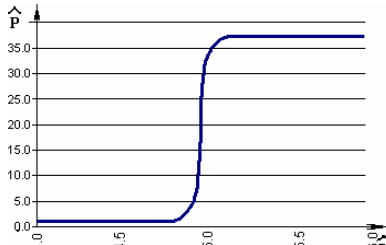


Рис. 6. Изменение плотности (а) и давления (б) потока по фронту ударной волны, на интервале $\hat{x} \in [4;6]$. Скорость до скачка 0.9664с. $A=0.001$.

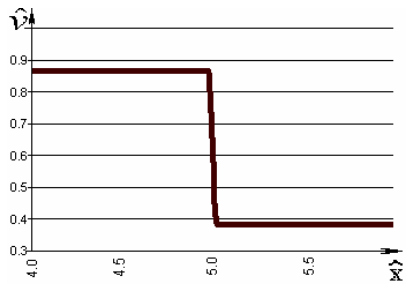
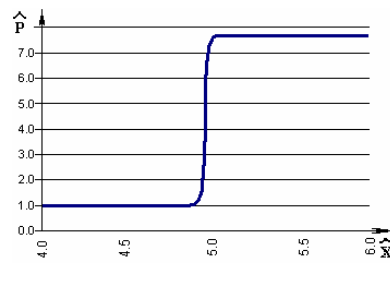
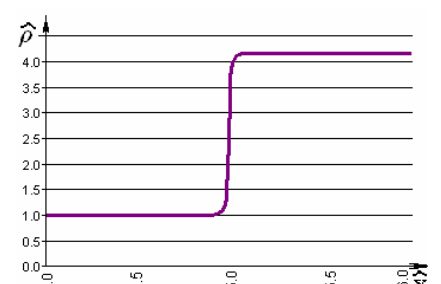


Рис. 7. Изменение скорости потока по фронту ударной волны, на интервале $\hat{x} \in [4;6]$. Скорость до скачка 0.8665с. $A=0.001$.



а



б

Рис. 8. Изменение плотности (а) и давления (б) потока по фронту ударной волны, на интервале $\hat{x} \in [4;6]$. Скорость до скачка 0.8665с. $A=0.001$.

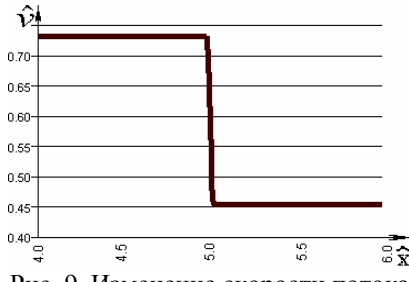
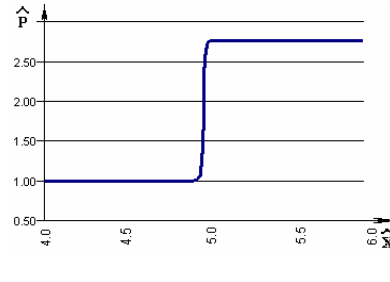
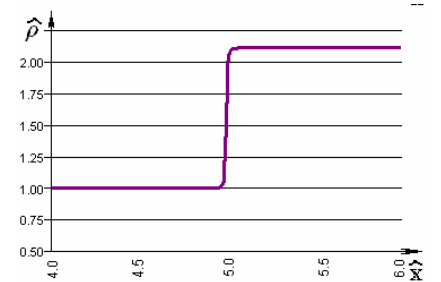


Рис. 9. Изменение скорости потока по фронту ударной волны, на интервале $\hat{x} \in [4;6]$. Скорость до скачка 0.7333с. $A=0.001$.



а



б

Рис. 10. Изменение плотности (а) и давления (б) потока по фронту ударной волны, на интервале $\hat{x} \in [4;6]$. Скорость до скачка 0.7333с. $A=0.001$.

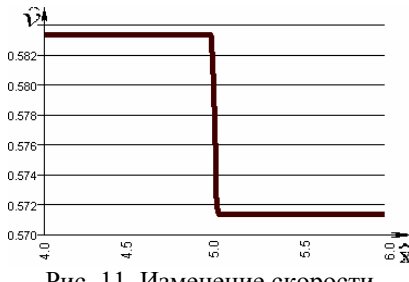
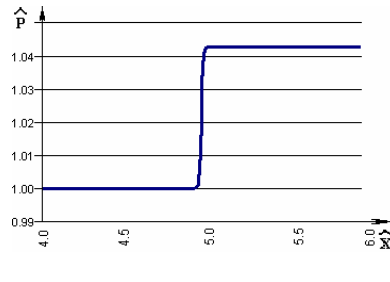
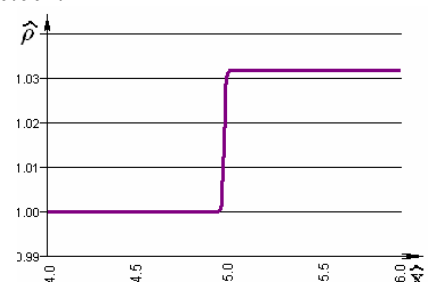


Рис. 11. Изменение скорости потока по фронту ударной волны, на интервале $\hat{x} \in [4;6]$. Скорость до скачка 0,5834с. $A=0,001$.



а



б

Рис. 12. Изменение плотности (а) и давления (б) потока по фронту ударной волны, на интервале $\hat{x} \in [4;6]$. Скорость до скачка 0,5834с. $A=0,001$.

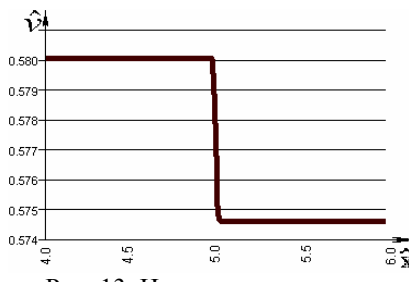
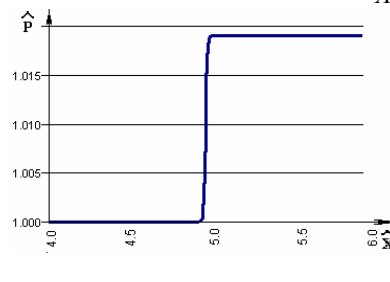
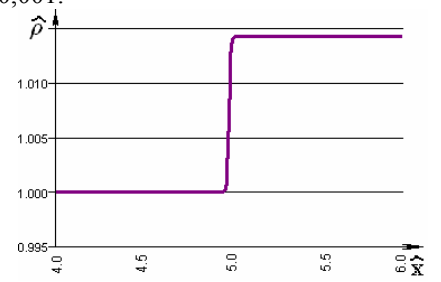


Рис. 13. Изменение скорости потока по фронту ударной волны, на интервале $\hat{x} \in [4;6]$. Скорость до скачка 0.5801с. $A=0.001$.



а



б

Рис. 14. Изменение плотности (а) и давления (б) потока по фронту ударной волны, на интервале $\hat{x} \in [4;6]$. Скорость до скачка 0.5801с. $A=0.001$.

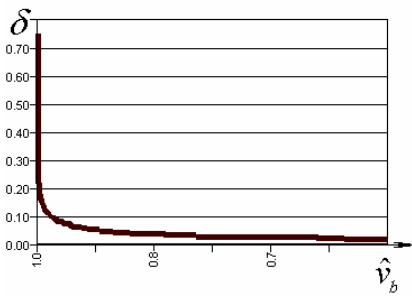


Рис.15. Зависимость ширины переходного слоя δ от скорости волны до скачка $\hat{v}_b$ для расчетов с параметром $A=0.001$.

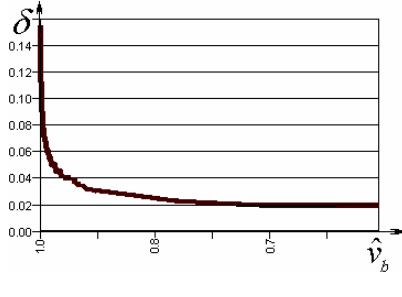


Рис.16. Зависимость ширины переходного слоя δ от скорости волны до скачка $\hat{v}_b$ для расчетов с параметром $A=0.00001$.

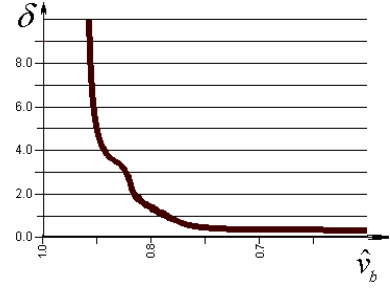


Рис.17. Зависимость ширины переходного слоя δ от скорости волны до скачка $\hat{v}_b$ для расчетов с параметром $A=0.1$.

Аналогичные графики зависимости ширины переходного слоя δ от скорости $\hat{v}_b$ при $A=0.00001$ и при $A=0.1$ приведены на рис. 16 и 17. Так же, как и на рис.15, на рис. 16 и 17 наблюдается возрастание ширины переходного слоя при увеличении скорости потока. Из рис. 17 видно, что при достаточно больших числах Кнудсена ($A=0.1$) ширина переходного слоя становится очень большой, достигая при скорости потока $\hat{v}_b \approx 0.85$ ширины расчетного интервала $[0;10]$, то есть, чтобы наблюдать

ударные волны при еще больших скоростях, надо увеличивать расчетный интервал. Кроме того, при таких больших числах Кнудсена могут проявляться флуктуации физического, а не численного происхождения.

Таким образом, полученные нелокальные релятивистские уравнения позволяют рассчитывать структуру фронта ударной волны в ультра-релятивистской среде, проанализировать зависимость ширины переходного слоя от скорости набегающего потока и числа Кнудсена.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Alexeev B.V. Generalized Boltzmann physical kinetics. – Amsterdam: Elsevier, 2004. 368 p.
2. Алексеев Б.В., Овчинникова И.В. К обобщенной релятивистской кинетической и гидродинамической теории // Вестник МИТХТ. 2010. Т. 5. № 2. С. 3–17.
3. Алексеев Б.В., Овчинникова И.В. Квантовая релятивистская гидродинамика. Ч. 1. – М.: ИПЦ МИТХТ, 2010. 64 с.
4. Алексеев Б.В., Овчинникова И.В. Квантовая релятивистская гидродинамика. Ч. 2. – М.: ИПЦ МИТХТ, 2011. 55 с.
5. Cercignani C., Kremer G.M. The relativistic Boltzmann equation: Theory and applications. – Basel, Boston, Berlin: Birkhäuser Verlag, 2002. 384 p.
6. Балашов А.И., Овчинникова И.В. К вопросу о распространении плоских гармонических волн малой амплитуды в ультра-релятивистской среде // Вестник МИТХТ. 2011. Т. 6. № 3. С. 91–99.
7. Алексеев Б.В. Ламинарный пограничный слой у сублимирующей поверхности // Журн. вычисл. математики и математ. физики. 1964. Т. 4. № 3. С. 512–524.