

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ С ГРАВИТАЦИОННЫМ ПОЛЕМ

Б.В. Алексеев[@], заведующий кафедрой, И.В. Овчинникова, доцент

Московский технологический университет (Институт тонких химических технологий),
Кафедра физики, Москва, 119571 Россия

[@] Автор для переписки, e-mail: boris.vlad.alexeev@gmail.com

Выведены нелокальные релятивистские гидродинамические уравнения, описывающие движение фотонов в гравитационном поле. Получены численные автомодельные волновые решения этих уравнений для одномерного движения фотонов одинаковой энергии в продольном поле. Показано влияние гравитационного поля на частоту и число фотонов в единице объема.

Ключевые слова: нелокальная релятивистская гидродинамика, уравнения Алексеева, гравитационное поле, фотоны.

THE INTERACTION OF RADIATION WITH THE GRAVITATIONAL FIELD

B.V. Alexeev[@], I. V. Ovchinnikova

Moscow Technological University (Institute of Fine Chemical Technologies),
Moscow, 119571 Russia

[@] Corresponding author e-mail: boris.vlad.alexeev@gmail.com

Nonlocal relativistic hydrodynamic equations describing the motion of photons in a gravitational field are derived. Numerical self-similar wave solutions of these equations for one-dimensional motion of photons of the same energy in a longitudinal gravitational field are found. The influence of the gravitational field on the frequency and number of photons per unit volume is considered.

Keywords: non-local relativistic hydrodynamics, Alexeev's equations, gravitational field, photons.

1. Введение

В настоящее время существуют различные теории гравитации: общая теория относительности Эйнштейна, релятивистская теория гравитации Люгунова А.А., теория Йордана-Бранса-Дикке и другие [1–4]. Наличие конкурирующих теорий объясняется их внутренними противоречиями и существованием экспериментальных данных, не находящихся объяснения в рамках данных теорий.

Хорошо известно, что гравитационное поле взаимодействует с электромагнитным полем, в частности, лучи света звезд отклоняются гравитационным полем Солнца. Таким образом, характеристики гравитационного поля могут изучаться по его влиянию на движение квантов электромагнитного поля – фотонов.

Применение нелокальной кинетической и гидродинамической теории, созданной Алексеевым Б.В.

[5–8], дает хорошие результаты при решении многих проблем теоретической физики. Задачей настоящей статьи является изучение движения фотонов в гравитационном поле на основе релятивистского обобщения данной нелокальной теории [8].

2. Система нелокальных релятивистских гидродинамических уравнений Энскога для фотонов

В общем случае система нелокальных гидродинамических уравнений Энскога имеет вид [8, 9]:
уравнение неразрывности

$$m_0 \frac{\partial N^\alpha}{\partial x^\alpha} - \frac{\partial}{\partial x^\alpha} \left(\tau_0 \frac{\partial T^{\alpha\beta}}{\partial x^\beta} \right) + m_0 \frac{\partial}{\partial x^\alpha} (\tau_0 T^{K,\alpha}) = 0, \quad (2.1)$$

уравнение движения

$$\frac{\partial T^{I\alpha}}{\partial x^\alpha} - m_0 T^{K,I} - \frac{\partial}{\partial x^\alpha} \left(\frac{\tau_0}{m_0} \frac{\partial T^{I\alpha\beta}}{\partial x^\beta} \right) + \frac{\partial}{\partial x^\alpha} (\tau_0 T^{Kp, \alpha I}) + \frac{\partial}{\partial x^\alpha} (\tau_0 T^{Kp, I\alpha}) + \tau_0 \frac{\partial T^{Kp, I\alpha}}{\partial x^\alpha} - \tau_0 T^{\frac{\partial K}{\partial x} p, I} - \tau_0 m_0 T^{\frac{\partial K}{\partial p} K, I} = 0, \quad (2.2)$$

уравнение энергии

$$\frac{\partial T^{0\alpha}}{\partial x^\alpha} - m_0 T^{K,0} - \frac{\partial}{\partial x^\alpha} \left(\tau_0 \frac{\partial T^{0\alpha\beta}}{\partial x^\beta} \right) + \frac{\partial}{\partial x^\alpha} (\tau_0 T^{Kp,\alpha 0}) + \frac{\partial}{\partial x^\alpha} (\tau_0 T^{Kp,0\alpha}) + \tau_0 \frac{\partial T^{Kp,0\alpha}}{\partial x^\alpha} - \tau_0 T^{\frac{\partial K}{\partial x} p,0} - \tau_0 m_0 T^{\frac{\partial K}{\partial p} K,0} = 0. \quad (2.3)$$

Как обычно, по повторяющимся индексам идет суммирование, $\alpha, \beta = 0, 1, 2, 3$. В уравнении движения $l = 1, 2, 3$ (2.2). В системе нелокальных гидродинамических уравнений использованы обозначения: $x^\alpha = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (ct, x^1, x^2, x^3)$ — 4-радиус-вектор частицы; m_0 — масса покоя частицы; τ_0 — инвариантный параметр нелокальности (в простейшем случае собственное время движения частицы между столкновениями); 4-вектор потока частиц

$$N^\alpha = c \int p^\alpha f \frac{d^3 p}{p_0}, \quad (2.4)$$

где f — одночастичная функция распределения, $p^\alpha = (m_0 c \gamma, m_0 v^1 \gamma, m_0 v^2 \gamma, m_0 v^3 \gamma)$ — 4-вектор импульса частицы; v^1, v^2, v^3 — компоненты скорости частицы; v — модуль скорости частицы; $\gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}$; $d^3 p / p^0$ — скалярный инвариант относительно преобразований Лоренца [10]. Числовая плотность частиц определяется интегралом

$$n = \int f d^3 p. \quad (2.5)$$

В уравнениях (2.1)–(2.3) введены тензорные величины, а именно тензор энергии – импульса

$$T^{\alpha\beta} = c \int p^\alpha p^\beta f \frac{d^3 p}{p^0}, \quad (2.6)$$

4-мерный тензор третьего ранга

$$T^{\alpha\beta\delta} = c \int p^\alpha p^\beta p^\delta f \frac{d^3 p}{p^0}, \quad (\delta = 0, 1, 2, 3). \quad (2.7)$$

Остальные тензорные величины связаны с действующими на частицы системы силами:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ m_0 N^0 - \tau_0 \left[\frac{\partial T^{00}}{\partial t} + \frac{\partial T^{0i}}{\partial x^i} - m_0 T^{K,0} \right] \right\} + \frac{\partial}{\partial x^i} \left\{ m_0 N^i - \tau_0 \left[\frac{\partial T^{0i}}{\partial t} + \frac{\partial T^{ij}}{\partial x^j} - m_0 T^{K,i} \right] \right\} = 0, \quad (2.14)$$

уравнение движения

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left\{ T^{i0} - \frac{\tau_0}{m_0} \left[\frac{\partial T^{i00}}{\partial t} + \frac{\partial T^{i0}}{\partial x^i} - m_0 T^{Kp,0i} - m_0 T^{Kp,i0} \right] \right\} + \frac{\partial}{\partial x^i} \left\{ T^{li} - \frac{\tau_0}{m_0} \left[\frac{\partial T^{li0}}{\partial t} + \frac{\partial T^{lij}}{\partial x^j} - m_0 T^{Kp,il} - m_0 T^{Kp,li} \right] \right\} - m_0 T^{K,i} + \\ & + \tau_0 \left(\frac{\partial T^{Kp,i0}}{\partial t} + \frac{\partial T^{Kp,li}}{\partial x^i} - T^{\frac{\partial K}{\partial x} p,i} - m_0 T^{\frac{\partial K}{\partial p} K,i} \right) = 0, \end{aligned} \quad (2.15)$$

уравнение энергии

4-мерный вектор средней силы, действующей на единицу массы

$$T^{K,\alpha} = c \int K^\alpha f \frac{d^3 p}{p^0}; \quad (2.8)$$

четырёхмерный тензор 2 ранга

$$T^{Kp,\alpha\beta} = c \int K^\alpha p^\beta f \frac{d^3 p}{p^0}; \quad (2.9)$$

четырёхмерный тензор 1 ранга

$$T^{\frac{\partial K}{\partial x} p,\alpha} = c \int \frac{\partial K^\alpha}{\partial x^\beta} p^\beta f \frac{d^3 p}{p^0}; \quad (2.10)$$

четырёхмерный тензор 1 ранга

$$T^{\frac{\partial K}{\partial p} K,\alpha} = c \int \frac{\partial K^\alpha}{\partial p^\beta} K^\beta f \frac{d^3 p}{p^0}. \quad (2.11)$$

Тензорные величины (2.8)–(2.11) содержат 4-вектор силы

$$K^\alpha = \left(\frac{F^i p^i}{m_0 c}, \frac{F^1 p^0}{m_0 c}, \frac{F^2 p^0}{m_0 c}, \frac{F^3 p^0}{m_0 c} \right), \quad (2.12)$$

где

$$F^i = m_0 F^{(i)i} + q e_{ijk} v^j B^k, \quad (2.13)$$

$F^{(i)i} = F^{(i)}(x^\alpha)$ есть сила, действующая на единицу массы частицы, $B^k = B^k(x^\alpha)$ — магнитная индукция, $q e_{ijk} v^j B^k = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})^i$ — сила Лоренца, q — заряд частицы, $i, j, k = 1, 2, 3$; $e_{ijk} = 0$ при $i = j$, $i = k$ или $j = k$, $e_{123} = e_{231} = e_{312} = 1$, $e_{132} = e_{321} = e_{213} = -1$.

Переходя к трехмерным координатам и времени, из (2.1)–(2.3) получаем

уравнение неразрывности

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left\{ T^{00} - \frac{\tau_0}{m_0} \left[\frac{\partial T^{000}}{c \partial t} + \frac{\partial T^{00i}}{\partial x^i} - 2m_0 T^{Kp,00} \right] \right\} + \frac{\partial}{\partial x^i} \left\{ T^{0i} - \frac{\tau_0}{m_0} \left[\frac{\partial T^{00i}}{c \partial t} + \frac{\partial T^{0ij}}{\partial x^j} - m_0 (T^{Kp,i0} + T^{Kp,0i}) \right] \right\} - \\ & - m_0 T^{K,0} + \tau_0 \left(\frac{\partial T^{Kp,00}}{\partial ct} + \frac{\partial T^{Kp,0i}}{\partial x^i} - T^{\frac{\partial K}{\partial x} p,0} - m_0 T^{\frac{\partial K}{\partial p} K,0} \right) = 0. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Используем систему нелокальных уравнений Энского (2.14)–(2.16) для изучения движения фотонов. При этом сделаем следующие замечания принципиального характера:

1. Самовоздействие электромагнитного поля фотона на самого себя не рассматривается. Внешнее электромагнитное поле на фотон (не имеющий электрического заряда) не действует. Таким образом, сила Лоренца в (2.13) отсутствует.

2. Неизвестно, воздействует ли гравитационное поле на фотон и, если воздействует, то по какому закону?

3. Предположим, что указанное взаимодействие существует. При этом, указанное взаимодействие отражается существованием членов $m_0 F^{(1)i}$. На самом деле, существование множителя m_0 лишь приводит к недоразумениям, поскольку $F^{(1)i}$ по определению есть сила, отнесенная к единице массы покоя. Поэтому, $m_0 F^{(1)i} = F_\phi^i$ следует рассматривать как силу неэлектромагнитного происхождения, действующую на индивидуальный фотон.

4. Далее рассматриваем F_ϕ^i как силу гравитационного происхождения.

5. Естественно, на каком-то этапе необходимо ввести предположения относительно вида F_ϕ^i , поскольку

$$\tilde{T}_\phi^{\frac{\partial K}{\partial p} K,0} = m_0^2 T^{\frac{\partial K}{\partial p} K,0} = m_0 \int \frac{\partial (F_\phi^i p^i)}{\partial p^\beta} K^\beta f \frac{d^3 p}{p^0} = m_0 \int F_\phi^i K^i f \frac{d^3 p}{p^0} = \frac{1}{c} \int F_\phi^i F_\phi^i f d^3 p = \frac{n}{c} \left((F_\phi^x)^2 + (F_\phi^y)^2 + (F_\phi^z)^2 \right), \quad (2.24)$$

$$\tilde{T}_\phi^{\frac{\partial K}{\partial p} K,i} = m_0^2 T^{\frac{\partial K}{\partial p} K,i} = m_0 \int \frac{\partial (F_\phi^i p^0)}{\partial p^\beta} K^\beta f \frac{d^3 p}{p^0} = m_0 \int F_\phi^i K^0 f \frac{d^3 p}{p^0} = \frac{1}{c} \int F_\phi^i F_\phi^j p^j f \frac{d^3 p}{p^0}. \quad (2.25)$$

Для получения системы уравнений, описывающих движение фотонов, которые не обладают массой покоя, осуществим в уравнениях (2.14)–(2.16) предельный переход при $m_0 \rightarrow 0$. Будем считать параметр нелокальности $\tau = const$. Одновременно введем

уравнение движения

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial T^{i00}}{c \partial t} + \frac{\partial T^{i0}}{\partial x^i} - \tilde{T}_\phi^{Kp,0i} - \tilde{T}_\phi^{Kp,i0} \right] + \frac{\partial}{\partial x^i} \left[\frac{\partial T^{i0}}{c \partial t} + \frac{\partial T^{ij}}{\partial x^j} - \tilde{T}_\phi^{Kp,il} - \tilde{T}_\phi^{Kp,li} \right] + \frac{\partial \tilde{T}_\phi^{Kp,i0}}{\partial ct} + \frac{\partial \tilde{T}_\phi^{Kp,li}}{\partial x^i} - \tilde{T}_\phi^{\frac{\partial K}{\partial x} p,i} - \tilde{T}_\phi^{\frac{\partial K}{\partial p} K,i} = 0, \quad (2.27)$$

уравнение энергии

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial T^{000}}{c \partial t} + \frac{\partial T^{00i}}{\partial x^i} - 2\tilde{T}_\phi^{Kp,00} \right] + \frac{\partial}{\partial x^i} \left[\frac{\partial T^{00i}}{c \partial t} + \frac{\partial T^{0ij}}{\partial x^j} - (\tilde{T}_\phi^{Kp,i0} + \tilde{T}_\phi^{Kp,0i}) \right] + \frac{\partial \tilde{T}_\phi^{Kp,00}}{\partial ct} + \frac{\partial \tilde{T}_\phi^{Kp,0i}}{\partial x^i} - \tilde{T}_\phi^{\frac{\partial K}{\partial x} p,0} - \tilde{T}_\phi^{\frac{\partial K}{\partial p} K,0} = 0. \quad (2.28)$$

ку закон тяготения Ньютона заведомо неприменим.

Определим для фотонов 4-мерный вектор средней силы

$$\tilde{T}_\phi^{K,\alpha} = m_0 T^{K,\alpha}. \quad (2.17)$$

Используя (2.8) и (2.12), получим

$$\tilde{T}_\phi^{K,0} = m_0 c \int K^0 f \frac{d^3 p}{p^0} = \int F_\phi^i p^i f \frac{d^3 p}{p^0}, \quad (2.18)$$

$$\tilde{T}_\phi^{K,i} = m_0 c \int K^i f \frac{d^3 p}{p^0} = \int F_\phi^i f d^3 p. \quad (2.19)$$

Аналогично находим

$$\tilde{T}_\phi^{Kp,0\beta} = m_0 T^{Kp,0\beta} = \int F_\phi^i p^i p^\beta f \frac{d^3 p}{p^0}, \quad (2.20)$$

$$\tilde{T}_\phi^{Kp,i\beta} = m_0 T^{Kp,i\beta} = \int F_\phi^i p^\beta f d^3 p, \quad (2.21)$$

$$\tilde{T}_\phi^{\frac{\partial K}{\partial x} p,0} = m_0 T^{\frac{\partial K}{\partial x} p,0} = \int \frac{\partial F_\phi^i}{\partial x^\beta} p^i p^\beta f \frac{d^3 p}{p^0}, \quad (2.22)$$

$$\tilde{T}_\phi^{\frac{\partial K}{\partial x} p,i} = m_0 T^{\frac{\partial K}{\partial x} p,i} = \int \frac{\partial F_\phi^i}{\partial x^\beta} p^\beta f d^3 p, \quad (2.23)$$

обозначения (2.17)–(2.25). Имеем уравнение неразрывности

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial T^{00}}{c \partial t} + \frac{\partial T^{0i}}{\partial x^i} - \tilde{T}_\phi^{K,0} \right] + \frac{\partial}{\partial x^i} \left[\frac{\partial T^{0i}}{c \partial t} + \frac{\partial T^{ij}}{\partial x^j} - \tilde{T}_\phi^{K,i} \right] = 0, \quad (2.26)$$

Отметим, что предельный переход $m_0 \rightarrow 0$ привел к пренебрежению локальными членами по сравнению с нелокальными. В следующем разделе мы используем систему уравнений (2.26)–(2.28) для рассмотрения движения фотонов в гравитационном поле в простейшем частном случае.

3. Одномерное движение фотонов с одинаковой энергией

Рассмотрим функцию распределения фотонов в некоторой системе отсчета в виде

$$f = n\delta(p^x - \tilde{p}^x)\delta(p^y)\delta(p^z), \quad (3.1)$$

то есть частицы движутся в одном направлении (например, вдоль оси x) с одинаковым импульсом $\tilde{p}^x$. Концентрация частиц n и импульс $\tilde{p}^x$ могут зависеть от координат и времени. Отметим, что указанная функция распределения не равновесна и не инвариантна относительно преобразований Лоренца. Так, частота света и, соответственно, импульс фотонов изменяются при переходе в другую систему отсчета (эффект Доплера) [11].

Для частиц с массой покоя, равной нулю, имеем

$$T^{000} = T^{xx0} = T^{0xx} = T^{x0x} = T^{xxx} = T^{00x} = T^{x00} = T^{0x0} = T^{xxx} = c n \tilde{p}^2, \quad (3.6)$$

остальные компоненты тензора $T^{\alpha\beta\delta}$ равны нулю.

Вычислим теперь компоненты тензоров, содержащих гравитационные силы F_ϕ^i . Из (2.18), (2.19) имеем

$$\tilde{T}_\phi^{K,0} = \int (F_\phi^x p^x) n \delta(p^x - \tilde{p}) \delta(p^y) \delta(p^z) \frac{d^3 p}{\tilde{p}} = n F_\phi^x, \quad (3.7)$$

$$\tilde{T}_\phi^{K,i} = \int F_\phi^i n \delta(p^x - \tilde{p}) \delta(p^y) \delta(p^z) d^3 p = n F_\phi^i. \quad (3.8)$$

Из (2.20), (2.21) имеем

$$\tilde{T}_\phi^{Kp,00} = \int F_\phi^i p^i f d^3 p = \int F_\phi^i p^i n \delta(p^x - \tilde{p}) \delta(p^y) \delta(p^z) d^3 p = n F_\phi^x \tilde{p}, \quad (3.10)$$

$$\tilde{T}_\phi^{Kp,0x} = \int F_\phi^i p^i p^x f \frac{d^3 p}{p^0} = \int F_\phi^i p^i n \delta(p^x - \tilde{p}) \delta(p^y) \delta(p^z) d^3 p = n F_\phi^x \tilde{p}, \quad (3.11)$$

$$\tilde{T}_\phi^{Kp,i0} = \int F_\phi^i p^0 f d^3 p = \int F_\phi^i p^0 n \delta(p^x - \tilde{p}) \delta(p^y) \delta(p^z) d^3 p = n F_\phi^i \tilde{p}, \quad (3.12)$$

$$\tilde{T}_\phi^{Kp,ix} = \int F_\phi^i p^x f d^3 p = \int F_\phi^i p^x n \delta(p^x - \tilde{p}) \delta(p^y) \delta(p^z) d^3 p = n F_\phi^i \tilde{p}. \quad (3.13)$$

Остальные компоненты этого тензора обращаются в нуль, поэтому приходим к матрице

$$\tilde{T}_\phi^{Kp,\alpha\beta} = \begin{pmatrix} n F_\phi^x \tilde{p} & n F_\phi^x \tilde{p} & 0 & 0 \\ n F_\phi^x \tilde{p} & n F_\phi^x \tilde{p} & 0 & 0 \\ n F_\phi^y \tilde{p} & n F_\phi^y \tilde{p} & 0 & 0 \\ n F_\phi^z \tilde{p} & n F_\phi^z \tilde{p} & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.14)$$

Преобразуем теперь соотношения (2.22), (2.23):

$$p^0 = \sqrt{m_0^2 c^2 + \mathbf{p}^2} = |\mathbf{p}|. \quad (3.2)$$

Тогда для частиц, движущихся по оси x ,

$$\tilde{p}^0 = \tilde{p}^x = \tilde{p} = \frac{h\tilde{\nu}}{c}, \quad (3.3)$$

где $h\tilde{\nu}$ – энергия соответствующего кванта, $\tilde{\nu}$ – частота.

В работе [9] рассматривалось движение безмассовых частиц с функцией распределения (3.1) без учета внешних сил, при этом были найдены компоненты тензоров $N^\alpha, T^{\alpha\beta}, T^{\alpha\beta\gamma}$. Приведем полученные в [9] результаты:

$$N^\alpha = \begin{pmatrix} N^0 \\ N^x \\ N^y \\ N^z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cn \\ cn \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (3.4)$$

$$T^{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} T^{00} & T^{0x} & T^{0y} & T^{0z} \\ T^{x0} & T^{xx} & T^{xy} & T^{xz} \\ T^{y0} & T^{yx} & T^{yy} & T^{yz} \\ T^{z0} & T^{zx} & T^{zy} & T^{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cn\tilde{p} & cn\tilde{p} & 0 & 0 \\ cn\tilde{p} & cn\tilde{p} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (3.5)$$

Таким образом, получаем матрицу

$$\tilde{T}_\phi^{K,\alpha} = \begin{pmatrix} n F_\phi^x \\ n F_\phi^x \\ n F_\phi^y \\ n F_\phi^z \end{pmatrix}. \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned}\tilde{T}_{\phi}^{\frac{\partial K}{\partial x} p,0} &= \int \frac{\partial F_{\phi}^i}{\partial x^{\beta}} p^i p^{\beta} f \frac{d^3 p}{p^0} = \int \left(\frac{\partial F_{\phi}^i}{c \partial t} p^i p^0 + \frac{\partial F_{\phi}^i}{\partial x} p^i p^x + \frac{\partial F_{\phi}^i}{\partial y} p^i p^y + \frac{\partial F_{\phi}^i}{\partial z} p^i p^z \right) n \delta(p^x - \tilde{p}) \delta(p^y) \delta(p^z) \frac{d^3 p}{p^0} = \\ &= \int \left(\frac{\partial F_{\phi}^x}{c \partial t} p^x p^0 + \frac{\partial F_{\phi}^x}{\partial x} p^x p^x \right) n \delta(p^x - \tilde{p}) \delta(p^y) \delta(p^z) \frac{d^3 p}{p^0} = n \tilde{p} \frac{\partial F_{\phi}^x}{c \partial t} + n \tilde{p} \frac{\partial F_{\phi}^x}{\partial x}\end{aligned}\quad (3.15)$$

$$\begin{aligned}\tilde{T}_{\phi}^{\frac{\partial K}{\partial x} p,i} &= \int \frac{\partial F_{\phi}^i}{\partial x^{\beta}} p^{\beta} f d^3 p = \int \left(\frac{\partial F_{\phi}^i}{c \partial t} p^0 + \frac{\partial F_{\phi}^i}{\partial x} p^x + \frac{\partial F_{\phi}^i}{\partial y} p^y + \frac{\partial F_{\phi}^i}{\partial z} p^z \right) n \delta(p^x - \tilde{p}) \delta(p^y) \delta(p^z) d^3 p = \\ &= \int \left(\frac{\partial F_{\phi}^i}{c \partial t} p^0 + \frac{\partial F_{\phi}^i}{\partial x} p^x \right) n \delta(p^x - \tilde{p}) \delta(p^y) \delta(p^z) d^3 p = n \tilde{p} \frac{\partial F_{\phi}^i}{c \partial t} + n \tilde{p} \frac{\partial F_{\phi}^i}{\partial x}\end{aligned}\quad (3.16)$$

Результаты этих вычислений запишем в матричной форме

$$T_{\phi}^{\frac{\partial K}{\partial x} p,\alpha} = \begin{pmatrix} n \tilde{p} \left(\frac{\partial F_{\phi}^x}{c \partial t} + \frac{\partial F_{\phi}^x}{\partial x} \right) \\ n \tilde{p} \left(\frac{\partial F_{\phi}^x}{c \partial t} + \frac{\partial F_{\phi}^x}{\partial x} \right) \\ n \tilde{p} \left(\frac{\partial F_{\phi}^y}{c \partial t} + \frac{\partial F_{\phi}^y}{\partial x} \right) \\ n \tilde{p} \left(\frac{\partial F_{\phi}^z}{c \partial t} + \frac{\partial F_{\phi}^z}{\partial x} \right) \end{pmatrix}.\quad (3.17)$$

Наконец, из (2.25) имеем

$$\tilde{T}_{\phi}^{\frac{\partial K}{\partial p} K,i} = \frac{1}{c} \int F_{\phi}^i F_{\phi}^j p^j f \frac{d^3 p}{p^0} = \frac{1}{c} \int F_{\phi}^i F_{\phi}^j p^j n \delta(p^x - \tilde{p}) \delta(p^y) \delta(p^z) \frac{d^3 p}{p^0} = \frac{n}{c} F_{\phi}^i F_{\phi}^x.\quad (3.18)$$

Тогда с учетом (2.24) получаем матрицу

$$\tilde{T}_{\phi}^{\frac{\partial K}{\partial p} K,i} = \begin{pmatrix} \frac{n}{c} \left((F_{\phi}^x)^2 + (F_{\phi}^y)^2 + (F_{\phi}^z)^2 \right) \\ \frac{n}{c} (F_{\phi}^x)^2 \\ \frac{n}{c} F_{\phi}^x F_{\phi}^y \\ \frac{n}{c} F_{\phi}^x F_{\phi}^z \end{pmatrix}.\quad (3.19)$$

Подставим компоненты тензоров (3.3)–(3.6), (3.9), (3.14), (3.17), (3.19) в систему гидродинамических уравнений (2.26)–(2.28). Получим уравнение неразрывности

$$\frac{\partial}{c \partial t} \left[\frac{\partial(n \tilde{p})}{\partial t} + \frac{\partial(c n \tilde{p})}{\partial x} - n F_{\phi}^x \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial(n \tilde{p})}{\partial t} + \frac{\partial(c n \tilde{p})}{\partial x} - n F_{\phi}^x \right] + \frac{\partial}{\partial y} [-n F_{\phi}^y] + \frac{\partial}{\partial z} [-n F_{\phi}^z] = 0,\quad (3.20)$$

уравнение движения по x

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{c \partial t} \left[\frac{\partial(n \tilde{p}^2)}{\partial t} + \frac{\partial(c n \tilde{p}^2)}{\partial x} - 2 n F_{\phi}^x \tilde{p} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial(n \tilde{p}^2)}{\partial t} + \frac{\partial(c n \tilde{p}^2)}{\partial x} - 2 n F_{\phi}^x \tilde{p} \right] + \frac{\partial}{\partial y} [-n F_{\phi}^y \tilde{p}] + \\ + \frac{\partial}{\partial z} [-n F_{\phi}^z \tilde{p}] - F_{\phi}^x \frac{\partial(n \tilde{p})}{\partial c t} - F_{\phi}^x \frac{\partial(n \tilde{p})}{\partial x} + \frac{n}{c} (F_{\phi}^x)^2 = 0\end{aligned}\quad (3.21)$$

уравнение движения по y

$$\frac{\partial}{c\partial t}(nF_{\phi}^y \tilde{p}) + \frac{\partial}{\partial x}(nF_{\phi}^y \tilde{p}) + F_{\phi}^y \frac{\partial(n\tilde{p})}{\partial ct} + F_{\phi}^y \frac{\partial(n\tilde{p})}{\partial x} = 0, \quad (3.22)$$

уравнение движения по z

$$\frac{\partial}{c\partial t}(nF_{\phi}^z \tilde{p}) + \frac{\partial}{\partial x}(nF_{\phi}^z \tilde{p}) + F_{\phi}^z \frac{\partial(n\tilde{p})}{\partial ct} + F_{\phi}^z \frac{\partial(n\tilde{p})}{\partial x} = 0, \quad (3.23)$$

уравнение энергии

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{c\partial t} \left[\frac{\partial(n\tilde{p}^2)}{\partial t} + \frac{\partial(cn\tilde{p}^2)}{\partial x} - 2n\tilde{p}F_{\phi}^x \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial(n\tilde{p}^2)}{\partial t} + \frac{\partial(cn\tilde{p}^2)}{\partial x} - 2n\tilde{p}F_{\phi}^x \right] + \frac{\partial}{\partial y} [-n\tilde{p}F_{\phi}^y] + \frac{\partial}{\partial z} [-n\tilde{p}F_{\phi}^z] - \\ - F_{\phi}^x \frac{\partial(n\tilde{p})}{\partial ct} - F_{\phi}^x \frac{\partial(n\tilde{p})}{\partial x} + \frac{n}{c} \left((F_{\phi}^x)^2 + (F_{\phi}^y)^2 + (F_{\phi}^z)^2 \right) = 0 \end{aligned} \quad (3.24)$$

Пусть силовое поле направлено по оси x , $F_{\phi}^y = F_{\phi}^z = 0$. В этом случае уравнение движения по оси x совпадает с уравнением энергии, и система (3.20)–(3.24) преобразуется к виду

уравнение неразрывности

$$\frac{\partial}{c\partial t} \left[\frac{\partial(n\tilde{p})}{\partial t} + \frac{\partial(cn\tilde{p})}{\partial x} - nF_{\phi}^x \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial(n\tilde{p})}{\partial t} + \frac{\partial(cn\tilde{p})}{\partial x} - nF_{\phi}^x \right] = 0, \quad (3.25)$$

уравнение энергии

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{c\partial t} \left[\frac{\partial(n\tilde{p}^2)}{\partial t} + \frac{\partial(cn\tilde{p}^2)}{\partial x} - 2nF_{\phi}^x \tilde{p} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial(n\tilde{p}^2)}{\partial t} + \frac{\partial(cn\tilde{p}^2)}{\partial x} - 2nF_{\phi}^x \tilde{p} \right] = \\ = F_{\phi}^x \left(\frac{\partial(n\tilde{p})}{\partial ct} + \frac{\partial(n\tilde{p})}{\partial x} \right) - \frac{n}{c} (F_{\phi}^x)^2 \end{aligned} \quad (3.26)$$

4. Автомоделные волновые уравнения для движения фотонов в гравитационном поле

Будем искать волновые (автомоделные) решения системы уравнений (3.25)–(3.26). Введем новую переменную

$$\xi = x + ct \quad (4.1)$$

и предположим, что $\tilde{p}$, n и F_{ϕ}^x являются функциями от ξ . Тогда в уравнениях (3.25), (3.26)

$$\frac{\partial}{\partial t} = c \frac{\partial}{\partial \xi}, \quad \frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \xi}. \quad (4.2)$$

Уравнение энергии (3.26) принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[c \frac{\partial(n\tilde{p}^2)}{\partial \xi} + \frac{\partial(cn\tilde{p}^2)}{\partial \xi} - 2nF_{\phi}^x \tilde{p} \right] + \\ + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[c \frac{\partial(n\tilde{p}^2)}{\partial \xi} + \frac{\partial(cn\tilde{p}^2)}{\partial \xi} - 2nF_{\phi}^x \tilde{p} \right] = F_{\phi}^x \left(\frac{\partial(n\tilde{p})}{\partial \xi} + \frac{\partial(n\tilde{p})}{\partial \xi} \right) - \frac{n}{c} (F_{\phi}^x)^2, \end{aligned} \quad (4.6)$$

или

Уравнение неразрывности (3.25) принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left[2c \frac{\partial(n\tilde{p})}{\partial \xi} - nF_{\phi}^x \right] + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[2c \frac{\partial(n\tilde{p})}{\partial \xi} - nF_{\phi}^x \right] = 0 \quad (4.3)$$

или

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left[2c \frac{\partial(n\tilde{p})}{\partial \xi} - nF_{\phi}^x \right] = 0, \quad (4.4)$$

откуда

$$2c \frac{\partial(n\tilde{p})}{\partial \xi} - nF_{\phi}^x = C, \quad (4.5)$$

$C = \text{const.}$

$$4 \frac{\partial}{\partial \xi} \left[c \frac{\partial(n\tilde{p}^2)}{\partial \xi} - n F_\phi^x \tilde{p} \right] = 2 F_\phi^x \frac{\partial(n\tilde{p})}{\partial \xi} - \frac{n}{c} (F_\phi^x)^2, \quad (4.7)$$

или

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left[4c\tilde{p} \frac{\partial(n\tilde{p})}{\partial \xi} + 4cn\tilde{p} \frac{\partial\tilde{p}}{\partial \xi} - 4nF_\phi^x \tilde{p} \right] = F_\phi^x \frac{1}{c} \left(2c \frac{\partial(n\tilde{p})}{\partial \xi} - n F_\phi^x \right). \quad (4.8)$$

Используя (4.5), получим

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left[4c\tilde{p} \frac{\partial(n\tilde{p})}{\partial \xi} + 4cn\tilde{p} \frac{\partial\tilde{p}}{\partial \xi} - 4nF_\phi^x \tilde{p} \right] = C F_\phi^x \frac{1}{c}, \quad (4.9)$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left[2\tilde{p}C + 4cn\tilde{p} \frac{\partial\tilde{p}}{\partial \xi} - 2nF_\phi^x \tilde{p} \right] = C F_\phi^x \frac{1}{c}, \quad (4.10)$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left[2\tilde{p}C + 2\tilde{p} \left(C - 2c\tilde{p} \frac{\partial n}{\partial \xi} \right) \right] = C F_\phi^x \frac{1}{c}, \quad (4.11)$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left[\tilde{p}C - c\tilde{p}^2 \frac{\partial n}{\partial \xi} \right] - \frac{1}{4c} C F_\phi^x = 0. \quad (4.12)$$

Перейдем в уравнениях неразрывности (4.5) и энергии (4.12) к безразмерной форме. Введем безразмерные величины $\hat{\tilde{p}}, \hat{\xi}, \hat{n}, \hat{F}_\phi^x, \hat{C}$ так, что

$$\tilde{p} = p_0 \hat{\tilde{p}}, \quad \xi = x_0 \hat{\xi}, \quad n = n_0 \hat{n}, \quad F_\phi^x = \frac{cp_0}{x_0} \hat{F}_\phi^x, \quad C = \frac{cn_0 p_0}{x_0} \hat{C}. \quad (4.13)$$

Здесь p_0 – масштаб импульса, x_0 – масштаб длины, n_0 – масштаб числовой плотности частиц.

Тогда в безразмерной форме система уравнений (4.5), (4.12) имеет вид:

уравнение неразрывности

$$2 \frac{\partial(\hat{n}\hat{\tilde{p}})}{\partial \hat{\xi}} = \hat{n}\hat{F}_\phi^x + \hat{C}, \quad (4.14)$$

уравнение энергии

$$\frac{\partial}{\partial \hat{\xi}} \left[\hat{\tilde{p}}\hat{C} - \hat{\tilde{p}}^2 \frac{\partial \hat{n}}{\partial \hat{\xi}} \right] - \frac{1}{4} \hat{C}\hat{F}_\phi^x = 0. \quad (4.15)$$

Отметим, что уравнение (4.14) следует рассматривать как второй закон Ньютона в приложении к фотонам.

4. Численное решение автомодельных волновых уравнений для фотонов

Вычисления проводились на основе системы уравнений (4.14)–(4.15) с помощью пакета Maple 9 и старших версий. Рис. 1 отражает результаты проведенных вычислений. На рисунке используются обозначения: p – импульс фотонов $\hat{\tilde{p}}$, n – число фотонов

в единице объема $\hat{n}$. Независимая переменная t на оси абсцисс соответствует переменной $\hat{\xi}$. Для расчетов были выбраны начальные значения переменных: $\hat{\tilde{p}} = 1, \hat{n} = 1$ при $\hat{\xi} = 0$; значения параметров: $F = \hat{F}_\phi^x = 1 = \text{const}, \hat{C} = 1$.

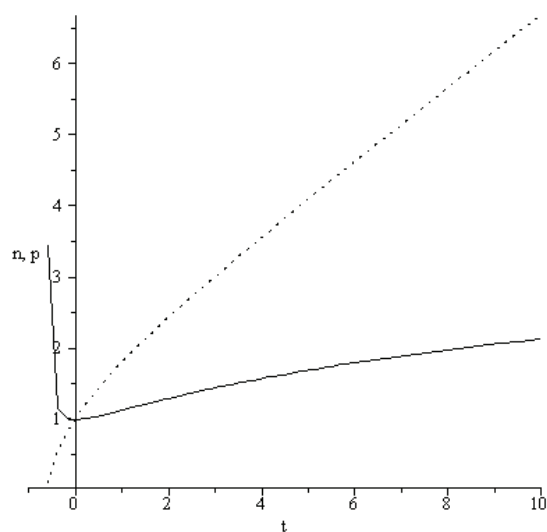


Рис. 1. Импульс $p \leftrightarrow \hat{\tilde{p}}$ (точечная линия) и концентрация $n \leftrightarrow \hat{n}$ (сплошная линия) фотонов в зависимости от $t \leftrightarrow \hat{\xi}$.

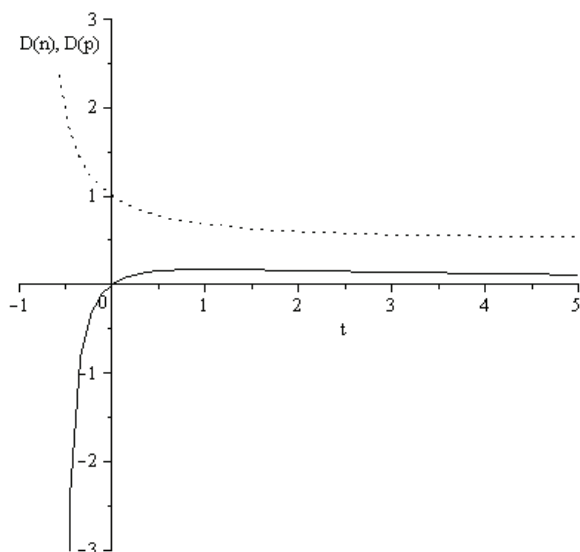


Рис. 2. Зависимость производных $D(p) \leftrightarrow d\hat{p}/d\hat{\xi}$ (сплошная линия) и $D(n) \leftrightarrow d\hat{n}/d\hat{\xi}$ (точечная линия) от автомодельной переменной $\hat{\xi}$ для случая $F = \hat{F}_\phi^x = 1$, $\hat{C} = 1$.

Проанализируем полученные результаты. Зафиксируем некоторый момент времени t . Тогда зависимость от волновой переменной ξ характеризует зависимость решения от координаты x . Поскольку $F > 0$, гравитационная сила направлена по оси x к некоторому воображаемому массивному телу. По мере увеличения x импульс и энергия фотонов увеличиваются (см. рис. 2), что соответствует экспериментальным данным. В соответствии с известным экспериментом Паунда и Ребки [12, 13], свет, приближаясь к массивным объектам, испытывает гравитационное «синее смещение». Отметим, что действие гравитационного поля приводит к росту концентрации фотонов с ростом x .

В приведенном расчете при отрицательных ξ ($\hat{\xi}_{\text{lim}} = -0.6275$) отсутствуют автомодельные решения, имеющие вид гравитационных волн.

5. Заключение

Таким образом, методы нелокальной релятивистской физики позволили описать влияние гравитационного поля на движение фотонов. Данное описание согласуется с экспериментальными данными об изменении частоты света в гравитационном поле. Конечно, при изучении влияния гравитации на движение фотонов недостаточно ограничиться лишь поиском автомодельных решений. Строго говоря, необходимо численно решать систему дифференциальных уравнений (3.25)–(3.26). Кроме того, необходимо иметь информацию о явном виде функции F_ϕ^x . Таковую информацию можно получить из эксперимента по прохождению лазерного луча вдоль направления гравитационного поля и против упомянутого направления.

Список литературы:

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М.: Наука, 1988. 512 с.
2. Логунов А.А., Мествиришвили М.А. Основы релятивистской теории гравитации. М.: Изд-во МГУ, 1986. 308 с.
3. Зельдович Я.Б., Гришук Л.П. // УФН. 1986. Т. 149. № 4. С. 695–707.
4. Brans C.H., Dicke R.H. // Physical Review. 1961. V. 124. Iss.3. P. 925–935.
5. Alexeev B.V. Generalized Boltzmann Physical Kinetics. Amsterdam: Elsevier, 2004. 368 p.
6. Alexeev B.V. Unified Non-local Theory of Transport Processes. Amsterdam: Elsevier, 2015. 644 p.
7. Алексеев Б.В. Нелокальная физика. Нерелятивистская теория. Saarbrücken: Lambert, 2011. 499 с.
8. Алексеев Б.В., Овчинникова И.В. Нелокальная физика. Релятивистская теория. Saarbrücken: Lambert, 2011. 406 с.
9. Алексеев Б.В., Овчинникова И.В. // Тонкие химические технологии (Вестник МИТХТ). 2015. Т. 10. № 4. С. 70–78.
10. Cercignani C., Kremer G.M. The Relativistic Boltzmann Equation: Theory and Applications. – Basel, Boston, Berlin: Birkhäuser Verlag, 2002. 384 p.
11. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. М.: Наука. 1974. 944 с.
12. Pound R.V., Rebka Jr. G.A. // Physical Review Lett. 1959. V. 3. Iss.9. P. 439–441.
13. Pound R. V., Rebka Jr. G.A. // Physical Review Lett. 1960. V. 4. Iss.7. P. 337–341.

References:

1. Landau L.D., Lifshic E.M. Teoriya polya (Field theory). M.: Nauka. 1988. 512 p.
2. Logunov A.A., Mestvirishvili M.A. Osnovy relyativistskoj teorii gravitacii (The foundations of the relativistic theory of gravitation). M.: Izd-vo MGU, 1986. 308 p.
3. Zel'dovich Ya. B., Grishchuk L. P. // Advances in Physical Sciences. 1986. V. 149. № 4. P. 695–707.
4. Brans C.H., Dicke R.H. Mach's Principle and a Relativistic Theory of Gravitation // Physical Review. 1961. V. 12. Iss. 3. P. 925–935.
5. Alexeev B.V. Generalized Boltzmann Physical Kinetics. Amsterdam: Elsevier, 2004. 368 c.
6. Alexeev B.V. Unified Non-local Theory of Transport Processes. Amsterdam: Elsevier, 2015. 644 p.
7. Alekseev B.V. Nelokal'naya fizika. Nerelyativistskaya teoriya (Non-local physics. Non-relativistic theory). Saarbrücken: Lambert, 2011. 499 p.
8. Alekseev B.V., Ovchinnikova I.V. Nelokal'naya fizika. Relyativistskaya teoriya (Non-local physics. Relativistic theory). Saarbrücken: Lambert, 2011. 406 p.

9. Алексеев Б.В., Ovchinnikova I.V. // Fine Chem. Tech. (Vestnik MITHT). 2015. V. 10. № 4. P. 70–78.
10. Cercignani C., Kremer G.M. The Relativistic Boltzmann Equation: Theory and Applications. Basel, Boston, Berlin: Birkhäuser Verlag, 2002. 384 p.
11. Yavorskij B.M., Detlaf A.A. Spravochnik po fizike (Handbook of physics). M.: Nauka. 1974. 944 p.
12. Pound R.V., Rebka Jr.G.A. // Physical Review Lett. 1959. V. 3. Iss. 9. P. 439–441.
13. Pound R.V., Rebka Jr.G.A. // Physical Review Lett. 1960. V. 4. Iss. 7. P. 337–341.