

СКЛАДКИ НА ПОВЕРХНОСТИ РАВНОВЕСНЫХ ТЕМПЕРАТУР КОНДЕНСАЦИИ ДВУХФАЗНЫХ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СМЕСЕЙ, ОТНОСЯЩЕЙСЯ К ПАРОВОЙ ФАЗЕ

Д.И. Бушина, Л.А. Серафимов, В.Н. Степанов

Рассмотрены закономерности, определяющие ход линий условных экстремумов температуры конденсации и единичных α -линий, относящихся к паровой фазе, при условии, что идеальная паровая фаза равновесна неидеальной жидкой фазе, на основе уравнения взаимосвязи скалярного поля равновесных температур конденсации и векторного поля ренод пар-жидкость для многокомпонентных двухфазных смесей.

Термодинамика гетерогенных равновесий в многокомпонентных неидеальных (азеотропных) смесях важна при выборе методов разделения промышленных смесей. Взаимное расположение единичных α -многообразий и многообразий условных экстремумов температуры конденсации двухфазных многокомпонентных смесей, при условии неидеальности жидкой фаз играют определяющую роль в процессе экстрактивной ректификации, в частности, имеют большое практическое значение при анализе хода траектории экстрактивной ректификации. Обычно, в условиях, далеких от критических, допущение об идеальности паровой фазы для систем, в которых отсутствует образование димеров, тримеров и других ассоциатов, а также π -комплексов, вполне оправдано и практически не вносит ошибок [1-4].

В данной работе проведен анализ закономерностей, которые характерны для скалярных стационарных полей температуры и единичных α -линий в многокомпонентных смесях, отнесенных к идеальной паровой фазе. Рассмотрим двухфазную n -компонентную систему жидкость-пар. В этом случае каждой фазе при условии, что все n -компоненты смеси распределены между фазами, соответствует свой концентрационный $(n-1)$ -мерный симплекс, имеющий n вершин. Если фазы находятся в термодинамическом равновесии, то их составы в общем случае не равны друг другу. Равенство наблюдается только в так называемых особых точках, к которым относятся чистые компоненты и азеотропы различной компонентности от двух до n . Особые точки определяют структуру фазовой диаграммы, соответствующую данной n -компонентной смеси [5-7]. Идеальные системы характеризуются особыми точками только чистых компонентов и, если фазы в гетерогенной системе жидкость-пар равно-

весны, то они подчиняются условиям термодинамического равновесия [8], а именно:

$$T^{(L)} = T^{(V)}; P^{(L)} = P^{(V)}; \mu_1^{(L)} = \mu_1^{(V)}, \\ \mu_2^{(L)} = \mu_2^{(V)}, \mu_3^{(L)} = \mu_3^{(V)}, \dots, \mu_i^{(L)} = \mu_i^{(V)},$$

где индексы L и V относятся к жидкой и паровой фазе соответственно; T – температура; P – давление; μ_i – химический потенциал компонента i (где $i = 1, 2, \dots, n$).

Учитывая равновесные условия, если паровая фаза является идеальной и находится в равновесии с неидеальной жидкой фазой, то структура фазовых диаграмм идеальной паровой фазы повторяет структуру фазовых диаграмм жидкой неидеальной фазы. Наблюдается топологическое подобие, при этом составы азеотропов, отнесенные как к жидкой, так и к паровой фазам, одинаковы. Геометрическое различие наблюдается только для так называемых специфических многообразий, к которым можно отнести изотермоизобары, единичные K -линии, единичные α -линии, и складки на поверхности равновесных температур кипения и конденсации многокомпонентных смесей [9-19]. Известно [14-19], что складка на поверхности температур образуется в случае, когда одна или несколько частных производных градиента температуры равны нулю.

Ранее методом математического моделирования для частного случая трехкомпонентных смесей, для которых жидкая фаза неидеальна, а паровая идеальна, было показано, что единичные α -многообразия, отнесенные к паровой фазе, и складки на поверхности температур конденсации, совпадают друг с другом [20].

Полученное в [5-7] и проанализированное в работе [21, 22] уравнение взаимосвязи скалярного поля равновесных температур и векторного поля равновесных ренод для n -компонентной смеси при $P = const$ имеет вид:

$$-\Delta S^{(VL)} \begin{pmatrix} \frac{\partial T}{\partial y_1} \\ \frac{\partial T}{\partial y_2} \\ \frac{\partial T}{\partial y_3} \\ \dots \\ \frac{\partial T}{\partial y_{(n-1)}} \end{pmatrix}_P = \begin{pmatrix} g_{1,1} & g_{1,2} & g_{1,3} & \dots & g_{1,(n-1)} \\ g_{2,1} & g_{2,2} & g_{2,3} & \dots & g_{2,(n-1)} \\ g_{3,1} & g_{3,2} & g_{3,3} & \dots & g_{3,(n-1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_{(n-1),1} & g_{(n-1),2} & g_{(n-1),3} & \dots & g_{(n-1),(n-1)} \end{pmatrix}_{P,T} \begin{pmatrix} x_1 - y_1 \\ x_2 - y_2 \\ x_3 - y_3 \\ \dots \\ x_{(n-1)} - y_{(n-1)} \end{pmatrix} \quad (1)$$

где $\Delta S^{(VL)}$ – изменение энтропии при фазовом дифференциальном переходе бесконечно малого количества смеси из паровой фазы (V) в жидкую фазу (L);

$g_{ii} = \frac{\partial^2 g}{\partial y_i^2}$ и $g_{ij} = \frac{\partial^2 g}{\partial y_i \partial y_j}$ – элементы

матрицы вторых производных g-потенциала Гиббса при постоянных давлении и температуре; x_i, y_i – концентрации i-го компонента в жидкой и паровой фазе, соответственно, где $i = 1, 2, 3, \dots, (n-1)$.

Уравнения, представленные в [5-7], также содержат, как и уравнения в [23-25], всю информацию о гетерогенном равновесии двухфазной системы, но использование последних для исследований качественных особенностей векторного поля нод и стационарного скалярного температурного поля в смесях, содержащих более трех компонентов, связано с определенными математическими трудностями. Форма уравнения (1) более удобна для анализа рассматриваемых в данной работе закономерностей, относящихся к многокомпонентным системам. Систему уравнений (1), согласно [21], можно записать в векторной форме:

$$-\Delta S^{(VL)} gradT = (G)_{P,T}^{(V)} (\overline{X} - \overline{Y}) \quad (2)$$

где $gradT$ – вектор-столбец градиента температуры конденсации при постоянном давлении, $(\overline{X} - \overline{Y})$ – вектор-столбец реноды.

Матрица $(G)_{P,T}^{(V)}$ – в силу устойчивости паровой фазы относительно непрерывных изменений состава является положительно определенной симметрической матрицей, то есть определитель этой матрицы и все миноры главной диагонали больше нуля. Известно, что:

$$g^{(V)} = g^{(0,V)} + g^{(id,V)} + g^{(E,V)} \quad (3)$$

где $g^{(0,V)}$ – стандартное значение g-функции; соответствует при данном составе аддитивной сумме величин g чистых

компонентов, взятых при температуре конденсации паров, то есть:

$$g^{(0,V)} = \sum_{i=1}^n g_i^0 y_i \quad (4)$$

$g^{(id,V)}$ – идеальная часть g-функции:

$$g^{(id,V)} = RT \sum_{i=1}^n y_i \ln y_i \quad (5)$$

$g^{(E,V)}$ – избыточная часть (excess) g-функции, обусловленная неидельностью паровой фазы:

$$g^{(E,V)} = RT \sum_{i=1}^n y_i \ln \beta_i \quad (6)$$

здесь β_i – коэффициент, учитывающий отклонение паровой фазы от идеальности.

В случае идеальной паровой фазы, β_i всех компонентов равны единице и, следовательно, $g^{(E,V)} = 0$. Тогда уравнение (3) имеет вид:

$$g^{(V)} = g^{(0,V)} + g^{(id,V)} \quad (7)$$

При постоянных давлении и температуре производная g-функции паровой фазы по концентрации любого из компонентов равна нулю. Это связано с тем, что при постоянном давлении и температуре величина $g^{(0,V)}$ постоянна. С учетом (5), поскольку из условия нормировки $\sum_{i=1}^n y_i = 1$ и число

независимых концентраций равно $(n-1)$:

$$\sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial g^{(id,V)}}{\partial y_i} = RT \sum_{i=1}^{n-1} (\ln y_i - \ln y_n) \quad (8)$$

Вторая производная $g^{(id,V)}$ по составу равна:

$$\frac{\partial^2 g^{(id,V)}}{\partial y_i^2} = RT \left(\frac{1}{y_i} + \frac{1}{y_n} \right) \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 g^{(id,V)}}{\partial y_i \partial y_j} = RT \left(\frac{1}{y_n} \right) \quad (10)$$

В связи с этим матрица вторых производных $g^{(id,V)}$ имеет вид:

$$G_{P,T}^{(V)} = RT \begin{pmatrix} \left(\frac{1}{y_1} + \frac{1}{y_n}\right) & \frac{1}{y_n} & \frac{1}{y_n} & \dots & \frac{1}{y_n} \\ \frac{1}{y_n} & \left(\frac{1}{y_2} + \frac{1}{y_n}\right) & \frac{1}{y_n} & \dots & \frac{1}{y_n} \\ \frac{1}{y_n} & \frac{1}{y_n} & \left(\frac{1}{y_3} + \frac{1}{y_n}\right) & \dots & \frac{1}{y_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{1}{y_n} & \frac{1}{y_n} & \frac{1}{y_n} & \dots & \left(\frac{1}{y_{(n-1)}} + \frac{1}{y_n}\right) \end{pmatrix} \quad (11)$$

В силу устойчивости паровой фазы относительно непрерывных изменений состава определитель этой матрицы положителен. Запишем и вычислим произведение этой матрицы на вектор-рэнду:

$$RT \begin{pmatrix} \left(\frac{1}{y_1} + \frac{1}{y_n}\right) & \frac{1}{y_n} & \frac{1}{y_n} & \dots & \frac{1}{y_n} \\ \frac{1}{y_n} & \left(\frac{1}{y_2} + \frac{1}{y_n}\right) & \frac{1}{y_n} & \dots & \frac{1}{y_n} \\ \frac{1}{y_n} & \frac{1}{y_n} & \left(\frac{1}{y_3} + \frac{1}{y_n}\right) & \dots & \frac{1}{y_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{1}{y_n} & \frac{1}{y_n} & \frac{1}{y_n} & \dots & \left(\frac{1}{y_{(n-1)}} + \frac{1}{y_n}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 - y_1 \\ x_2 - y_2 \\ x_3 - y_3 \\ \dots \\ x_{(n-1)} - y_{(n-1)} \end{pmatrix} = RT \begin{pmatrix} \frac{1}{K_1} - \frac{1}{K_n} \\ \frac{1}{K_2} - \frac{1}{K_n} \\ \frac{1}{K_3} - \frac{1}{K_n} \\ \dots \\ \frac{1}{K_{(n-1)}} - \frac{1}{K_n} \end{pmatrix} \quad (12)$$

где K_i – коэффициент распределения компонента i между паровой и жидкой фазой,

$K_i = y_i/x_i$ (где $i = 1, 2, 3, \dots, n$). При вычислении вектора учитывалось, что: $\sum_{i=1}^n (x_i - y_i) = 0$,

так как $\sum_{i=1}^n x_i = 1$ и $\sum_{i=1}^n y_i = 1$.

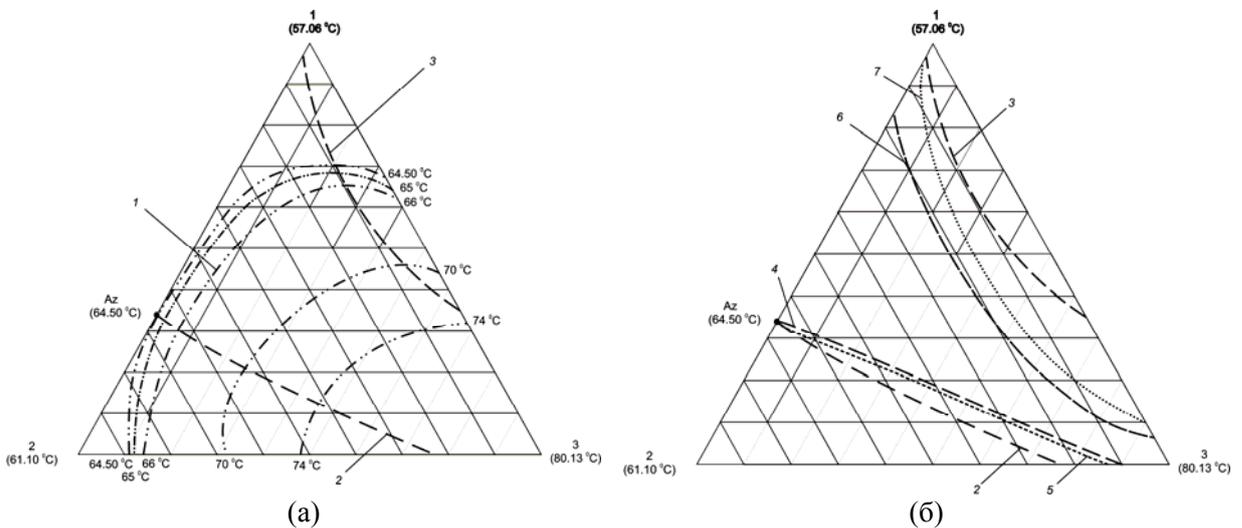


Рис. 1. Диаграмма взаимного расположения единичных α -линий и линий условных экстремумов температуры в системе метилацетат(1)–хлороформ(2)–бензол(3):(а) по составу паровой фазы, где 1 – изотермоизобары; 2 – складка $\left(\frac{\partial T}{\partial y_1}\right)_{P,y_3} = 0, \alpha_{21} = 1$; 3 – складка $\left(\frac{\partial T}{\partial y_2}\right)_{P,y_1} = 0, \alpha_{23} = 1$; (б) по составу жидкой фазы, где 4 – складка $\left(\frac{\partial T}{\partial x_1}\right)_{P,x_3} = 0$; 5 – $\alpha_{12} = 1$; 6 – складка $\left(\frac{\partial T}{\partial x_2}\right)_{P,x_1} = 0$; 7 – $\alpha_{23} = 1$. Az – точка азеотропа.

Следовательно, с учетом (12) уравнение (1) принимает вид:

$$-\Delta S^{(VL)} \begin{vmatrix} \frac{\partial T}{\partial y_1} \\ \frac{\partial T}{\partial y_2} \\ \frac{\partial T}{\partial y_3} \\ \dots \\ \frac{\partial T}{\partial y_{(n-1)}} \end{vmatrix}_P = RT \begin{vmatrix} \frac{1}{K_1} - \frac{1}{K_n} \\ \frac{1}{K_2} - \frac{1}{K_n} \\ \frac{1}{K_3} - \frac{1}{K_n} \\ \dots \\ \frac{1}{K_{(n-1)}} - \frac{1}{K_n} \end{vmatrix} \quad (13)$$

Учитывая, что $\Delta S^{(VL)}$ – скалярный множитель, то векторы $gradT$ и $(1/K_i - 1/K_n)$ коллинеарны и разнонаправлены, а так как оба вектора начинаются в одной и той же точке состава, они лежат на одной прямой. При этом правую часть системы уравнений (13) можно представить так:

$$RT \begin{vmatrix} \frac{1}{K_1} - \frac{1}{K_n} \\ \frac{1}{K_2} - \frac{1}{K_n} \\ \frac{1}{K_3} - \frac{1}{K_n} \\ \dots \\ \frac{1}{K_{(n-1)}} - \frac{1}{K_n} \end{vmatrix} = \frac{RT}{K_n} \begin{vmatrix} \alpha_{n,1} - 1 \\ \alpha_{n,2} - 1 \\ \alpha_{n,3} - 1 \\ \dots \\ \alpha_{n,(n-1)} - 1 \end{vmatrix} \quad (14)$$

В этом случае $1/K_n$ выступает как скалярный множитель. Очевидно, $\alpha_{n,i} = 1/\alpha_{i,n}$, то есть когда $\alpha_{i,n} = 1$ то и $\alpha_{n,i} = 1$. С учетом (14) уравнение (13) принимает вид:

$$-\left(\frac{K_n \Delta S^{(VL)}}{RT}\right) \begin{vmatrix} \frac{\partial T}{\partial y_1} \\ \frac{\partial T}{\partial y_2} \\ \frac{\partial T}{\partial y_3} \\ \dots \\ \frac{\partial T}{\partial y_{(n-1)}} \end{vmatrix}_P = \begin{vmatrix} \alpha_{n,1} - 1 \\ \alpha_{n,2} - 1 \\ \alpha_{n,3} - 1 \\ \dots \\ \alpha_{n,(n-1)} - 1 \end{vmatrix} \quad (15)$$

Поскольку множитель $-(K_n \Delta S^{(VL)} / RT)$ – скалярная величина, из уравнения (15) видно, что вектор-градиент температур конденсации в двухфазных многокомпонентных системах с идеальной паровой фазой и неидеальной жидкой коллинеарен и разнонаправлен по отношению

к вектору независимых относительных летучестей.

Так как $\alpha_{n,i} = 1/\alpha_{i,n}$, то единичное многообразие α соответствует двум единичным α : $\alpha_{n,i}$ и $\alpha_{i,n}$. Положив $\alpha_{n,1} = 1$ или $\alpha_{1,n} = 1$, то очевидно, получим $\frac{\partial T}{\partial y_1} = 0$.

Минимальная кратность единичного α -многообразия и складки на поверхности температуры как функции состава, в этом случае равна единице. Понятие кратности впервые введено и подробно рассмотрено в [13, 17-19]. Сохранив это условие кратности для переменного состава \bar{y} , получаем единичное α -многообразие, которое полностью совпадает со складками на температурной поверхности.

Рассматриваемые многообразия размерности $(n-2)$ делят симплекс на две области: $\alpha_{n,i} < 1$, $\partial T / \partial y_i > 0$ и $\alpha_{n,i} > 1$, $\partial T / \partial y_i < 0$. Максимальная кратность этих совпадающих многообразий равна $(n-2)$ и они представляют собой линию, размерность которой равна единице. Кратность $(n-1)$ соответствует n -компонентному азеотропу. Многообразие является точкой и его размерность равна нулю.

Таким образом, при анализе уравнения взаимосвязи скалярного поля равновесных температур конденсации и векторного поля равновесных ренод пар–жидкость, при учете неидеальности жидкой фазы и идеальности паровой, получено уравнение взаимосвязи скалярного поля равновесных температур конденсации и единичных α -линий, представленных в виде вектора-столбца в уравнении (15), на основании которого можно сделать вывод о коллинеарности и разнонаправленности векторов независимых относительных летучестей и градиента температур конденсации в концентрационном симплексе, а также их совпадение в особых точках. Этот вывод подтверждают экспериментальные данные, полученные для некоторых двухфазных трехкомпонентных систем в [14, 17, 20, 26], а также результаты, полученные нами для трехкомпонентной смеси метилацетат–хлороформ–бензол. Вычислительный эксперимент проводили с использованием комплекса Chem.Cad.5.2.0. Парожидкостное равновесие относительно паровой фазы в системе при давлении 760 мм. рт. ст. моделировали на основе справочных данных [27] с использованием уравнения

Вильсона, которое хорошо описывает многие типы двухфазных систем, например, спирты–углеводороды, спирты–галогенпроизводные углеводородов, углеводороды–галогенпроизводные [3].

На рис. 1 представлена система, относящаяся к классу 3.1.0-2. На основе полной математической модели парожидкостного равновесия в трехкомпонентной системе метилацетат–хлороформ–бензол в концентрационном треугольнике паровой фазы построены изотермоизобары, взаимное расположение

единичных α -линий и линий условных экстремумов температур конденсации.

Сравнив результаты, полученные в [17] относительно жидкой фазы, также представленные на рис. 1, и результаты данной работы относительно паровой фазы, легко увидеть, что сделанные теоретические выводы полностью подтверждены.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 07-08-00155).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Пригожин, И. Химическая термодинамика / И. Пригожин, Р. Дефэй. – Новосибирск : Наука, 1966. – 509 с.
2. Мюнстер, А. Химическая термодинамика / А. Мюнстер. – М. : Мир, 1971. – 295 с.
3. Термодинамика равновесия жидкость–пар // Морачевский А. Г. [и др.] – Л. : Химия, 1989. – 344 с.
4. Тимофеев, В. С. Принципы технологии основного органического и нефтехимического синтеза / В. С. Тимофеев, Л. А. Серафимов. – М. : Высшая школа, 2003. – 536 с.
5. Серафимов, Л. А. Теоретические принципы построения технологических схем ректификации неидеальных многокомпонентных смесей : автореф. дис... докт. техн. наук : 0343 / Серафимов Леонид Антонович. – М., 1968. – 44 с.
6. Серафимов, Л. А. Термодинамико-топологический анализ и проблемы разделения многокомпонентных полиазеотропных смесей / Л. А. Серафимов // Теор. основы хим. технологии. – 1987. – Т. 21, № 1. – С. 74–85.
7. Серафимов, Л. А. Термодинамико-топологический анализ диаграмм гетерогенного равновесия многокомпонентных смесей / Л. А. Серафимов // Журн. физ. химии. – 2002. – Т. 76, № 8. – С. 1351–1365.
8. Гиббс, Д. В. Термодинамические работы / Д. В. Гиббс. – М.–Л. : Гостехтеоретиздат, 1950. – 492 с.
9. Серафимов, Л. А. Общие закономерности хода K -линий в трехкомпонентных системах жидкость–пар / Л. А. Серафимов // Физико-химические основы ректификации. – М., 1970. – С. 20–30.
10. Основные свойства единичных α -многообразий и их расположение в концентрационных пространствах / Л. А. Серафимов [и др.] // Научные труды. Химия. / Ивановский энергетический ин-т. – 1972. – Вып. 14. – С. 166–179.
11. Серафимов, Л. А. О взаимном расположении некоторых изомногообразий в диаграммах равновесия двухфазных многокомпонентных систем / Л. А. Серафимов, В. Т. Жаров, Т. А. Витман // Журн. физ. химии. – 1972. – Т. 46, № 11. – С. 2724–2726.
12. Жаров, В. Т. Физико-химические основы дистилляции и ректификации / В. Т. Жаров, Л. А. Серафимов – Л. : Химия, 1975. – 239 с.
13. Серафимов, Л. А. Единичные α -многообразия двухфазных многокомпонентных смесей / Л. А. Серафимов, Ю. А. Писаренко // Теор. основы хим. технологии. – 2004. – Т. 38, № 3. – С. 261–268.
14. Серафимов, Л. А. Особенности поведения скалярных стационарных полей температуры многокомпонентных смесей / Л. А. Серафимов, Ю. А. Писаренко, А. С. Шувалов // Теор. основы хим. технологии. – 2002. – Т. 36, № 1. – С. 54–61.
15. Бушина, Д. И. Особенности диаграмм скалярных полей температур и векторных полей над двухфазными трехкомпонентными системами / Д. И. Бушина, Т. В. Челюскина, Л. А. Серафимов // Наукоемкие хим. технологии. Т. 1 : докл. I Научно-техн. конф. молодых ученых, М., Россия, 13–14 окт. 2005. – М., 2005. С. 9.
16. Бушина, Д. И. Свойства скалярных полей равновесных температур и векторных полей над для двухфазных трехкомпонентных смесей / Д. И. Бушина, Л. А. Серафимов //

Технологические основы химической технологии : докл. XI Междунар. научно-техн. конф. «Наукоемкие химические технологии – 2006», Самара, 16–20 окт. 2006. – Самара, 2006. – Т. 2. – С. 195.

17. Серафимов, Л. А. Особенности диаграмм скалярных полей температур и векторных полей над трехкомпонентных двухфазных систем / Л. А. Серафимов, Т. В. Челюскина, Д. И. Бушина // Теор. основы хим. технологии. – 2006. – Т. 40, № 6. – С. 645–651.

18. Бушина, Д. И. Качественный анализ хода складок на поверхности равновесных температур двухфазных смесей / Д. И. Бушина, Л. А. Серафимов // Информатизация и моделирование технических систем и процессов : докл. XX Междунар. научной конф. «Математические методы в технике и технологиях – ММТТ-20», Ярославль, 28-31 мая 2007. – Ярославль, 2007. – Т. 5. – С. 237–238.

19. Bushina, D. I. Regularities, characteristic for a course of tucks on a surface of equilibrium temperatures of two-phase mixtures / D. I. Bushina, L. A. Serafimov // Solutions and melts : abstract XVI Internat. Conference on Chemical Thermodynamics in Russia (RCCT – 2007), Suzdal, 1-6 July, 2007. – M., 2007. – P. 332–333.

20. Гордиенко, Ю. А. Определение единичных α -линий и складок на поверхности равновесных температур для паровой и жидкой фазы в тройных смесях : аттестационная работа на соискание степени бакалавра по направлению 550800 «Химическая технология и биотехнология». (рук. Т. В. Челюскина, Д. И. Бушина) / Гордиенко Юрий Александрович. – М., 2006. – 78 с.

21. Серафимов, Л. А. Исследование модифицированной формы уравнения Ван-дер-Ваальса–Сторонкина / Л. А. Серафимов, А. К. Фролова // Теор. основы хим. технологии. – 1999. – Т. 33, № 4. – С. 341–349.

22. Серафимов, Л. А. Уравнение взаимосвязи векторного поля над и скалярного поля температур (давлений) в двухфазных системах жидкость-пар / Л. А. Серафимов, А. К. Фролова, Т. В. Челюскина // Вестник МИТХТ. – 2007. – Т. 2, № 2. – С. 73–77.

23. Сторонкин, А. В. Термодинамика гетерогенных систем. Ч. 2 / А. В. Сторонкин. – Л. : Изд-во ЛГУ, 1967. – 447 с.

24. Сторонкин, А. В. Термодинамика гетерогенных систем. Ч. 3 / А. В. Сторонкин. – Л. : Изд-во ЛГУ, 1969. – 190 с.

25. Серафимов, Л. А. Представление термодинамических функций состояния в несобственных координатах / Л. А. Серафимов // Ученые записки МИТХТ. – 2001. – Вып. 4. – С. 3–11.

26. Серафимов, Л. А. Гетерогенные системы экстрактивной ректификации с одним тяжелокипящим агентом / Л. А. Серафимов, Д. И. Бушина, Т. В. Челюскина // Теор. основы хим. технологии. – 2007. – Т. 41, № 6. – С. 646–651.

27. Коган, В. Б. Равновесие между жидкостью и паром. В 2 кн. / В. Б. Коган, В. Н. Фридман, В. В. Кафаров. – М.–Л. : Наука, 1966. – 1425 с.