

**А.А.Забелина,  
Е.С.Савин**

## МОДЕЛЬ ПЕРЕХОДА ПОЛИМЕРА В МЕЗОФАЗНОЕ СОСТОЯНИЕ

УДК 541.64: 539. 2

**Показано, что структурная неустойчивость полимерного кристалла может быть связана с захватом в нелинейный резонанс различных типов колебаний решётки. Условием захвата является превышение внутримодового ангармонизма над межмодовым взаимодействием. Построена модель фазовых переходов в полимерах типа полиметил-метакрилата. Показано, что ниже точек перехода образуются когерентные состояния ориентационных колебаний тяжёлых боковых привесков и найдены термодинамические характеристики этих состояний. Установлено, что структурная неустойчивость решётки полимера является фазовым переходом второго рода.**

В последние годы большое внимание уделяется изучению структурных фазовых превращений в полимерных материалах. Были обнаружены состояния с промежуточным уровнем организации структуры между истинно кристаллическим и аморфным, называемые мезофазными состояниями или мезофазами. Подобные структуры могут сосуществовать в равновесии с другими фазами в частично кристаллическом полимере.

Для полимеров возможны мезофазы двух классов. Макромолекулы, содержащие жесткие мезогенные фрагменты в основной или в боковых цепях, способны находиться в жидкокристаллическом состоянии, характеризующимся наличием дальнего ориентационного порядка и в основном отсутствием позиционной упорядоченности. Другой тип мезоморфного состояния - конформационно разупорядоченный кристалл (кондис-кристалл), в котором сохраняется дальний ориентационный и дальний позиционный порядок упаковки центров параллельно расположенных макромолекул, конформационная упорядоченность которых в определенной

степени утрачено. Кондис-кристаллам отвечает высокий уровень выпрямленности макромолекул и их параллельная ориентация. Существенно, что фазовые переходы кристалл - кондис-кристалл, как правило, превращения первого рода, сопровождающиеся тепловым эффектом и скачком первой производной функции свободной энергии Гиббса – энтропии.

На практике мезоморфные состояния полимера можно получить двояким способом: либо понижая температуру полимерного расплава, либо повышая температуру полимера, находящегося в аморфно-кристаллическом состоянии. Также различны и теоретические подходы к решению вопросов образования в полимере мезофаз. В основном, используя континуальный и решеточный подходы, рассматривали переход в мезофазу из раствора [1]. Были разработаны модели, основанные на применении метода среднего молекулярного поля (Maier, Saure [2], Jahnig [3], Русаков и Шлиомы [4], Warner [5], Wang, Warner [6] и другие).

В меньшей степени изучали возможность перехода полимера в мезофазу из кристаллического состояния. С динамической точки зрения такой переход может осуществляться или в результате колебательной неустойчивости (появление «мягкой моды», частота которой стремиться к нулю при  $T \rightarrow T_c$  [7]), или неустойчивости резонансного типа, возникающей в результате взаимодействия определенных типов степеней свободы кристаллической решетки [8,9]. Здесь  $T_c$  - критическая температура, при которой происходит структурный переход.

Изменение внешних условий (температуры, поля деформаций, электромагнитного поля и т.д.) может привести к сближению некоторых собственных частот системы атомов и их

резонансному взаимодействию. Поскольку вблизи фазового перехода должны иметь место значительные ангармонические эффекты, нелинейный резонанс приводит к сильной качественной перестройке фазового портрета системы и соответственно к структурному переходу [10].

По сравнению с изучением фазовых переходов в низкомолекулярных кристаллах [7,8] определение температурной эволюции полимера от кристаллического к разупорядоченному состоянию является более сложной задачей ввиду того, что элементарная ячейка полимерного кристалла содержит много атомов. Однако, как и при описании фазовых переходов в низкомолекулярных кристаллах, в полимерах удастся выделить группу атомов, характер движения которых существенно зависит от температуры, так что их можно считать ответственными за возникновение фазового перехода. При этом в первом приближении действие остальных атомов заменяется средним статическим полем. Качественные особенности кристаллических полимеров являются следствием специфически полимерной иерархии межатомного взаимодействия, поэтому можно предположить, что в полимерах за переход в разупорядоченное состояние, ответственны смещения атомов, связанные слабым межмолекулярным взаимодействием макромолекул.

Цель настоящей работы - построение динамической модели перехода полимера в мезофазные состояния, обусловленные структурной неустойчивостью решетки за счет нелинейного резонанса, возникающего в результате взаимодействия определенных типов степеней свободы решетки. Чтобы произошел фазовый переход из-за неустойчивости резонансного типа, существенен ангармонизм колебаний. В работах [8,9] рассматривали модель структурного (сегнетоэлектрического) перехода, обусловленного нелинейностью одной из двух взаимодействующих ветвей колебаний. При этом условии

резонансные процессы взаимодействия колебаний приводят к фазовому переходу второго рода, состоящему в появлении при температуре  $T < T_c$  спонтанной когерентности колебаний атомов (аналогично спонтанной намагниченности в системе спинов) [11]. В работе [12] рассмотрен фазовый переход в полиэтилене, вызванный резонансным взаимодействием двух нелинейных ветвей комбинаций. В этом случае структурному изменению отвечает фазовый переход первого рода, близкий к переходу второго рода.

В настоящей работе, следуя [9,12], рассматривается фазовый переход в полимерах, имеющих более сложную структуру, чем полиэтилен. В сложных решетках могут существовать различные виды структурных групп атомов, сравнительно слабо связанных с остальной решеткой и совершающих движения, почти независимые от других групп. В зависимости от температуры происходит упорядочение тех или иных структурных элементов, и, следовательно, в таких полимерах может осуществляться целый ряд фазовых переходов. Так, в частности, можно предположить, что в полиметилметакрилате (ПММА) к фазовым переходам приводят упорядочение с одной стороны групп  $\text{CH}_3$ , а с другой - групп  $\text{COOCH}_3$ .

Динамический подход к проблеме неустойчивости решеточных структур дает возможность установить появление ниже  $T_{ci}$  спонтанной когерентности колебаний атомных групп в различных ячейках решетки. Появление такого упорядоченного состояния обусловлено образованием связанного состояния трансляционных и ориентационных колебаний типов движения. Образование связанного состояния происходит в результате захвата в нелинейный резонанс двух мод, близких по частоте. Вследствие резонанса изменяется амплитуда колебаний, что приводит к изменению частоты колебания из-за ангармоничности. Последнее приводит к расстройке условия резонанса и к его насыщению.

Предлагаемая модель фазовых превращений в полимере, обусловленных упорядочением двух видов боковых привесков основной цепи, имеет достаточно общий характер и может быть применима к другим полимерам. Можно надеяться, что анализ, учитывающий нелинейную динамику решетки полимера, даст дополнительную информацию о структуре перехода и позволит провести сравнение с более широким классом экспериментальных данных.

Наиболее удобными переменными при исследовании нелинейных колебаний считаются канонически сопряженные переменные действия ( $J$ ) - угол ( $\theta$ ). Переменные действия играют роль обобщенных импульсов (при медленном изменении параметров системы действия являются адиабатическими инвариантами). Угловые переменные – циклические, и представляют собой фазы колебаний. Под действием  $J_i$  понимается интеграл

$$J_i = \int p_i dq_i,$$

взятый по периоду колебания, когда импульс  $p_i$  и координата  $q_i$  - периодические функции времени с одним периодом, либо по периоду вращения, если  $p_i$  периодически зависит от  $q_i$ . Действие связано с энергией системы  $E$  соотношением

$$\frac{dE}{dJ_i} = \omega_i(J_i), \quad \theta_i = \omega_i t + \phi_i,$$

где  $\omega_i(J_i)$  – частота нелинейных колебаний.

Гамильтониан системы, описывающий только выделенные типы движения, в переменных действие - угол можно представить в виде

$$H = H_c + H_e + \varepsilon V \quad (1)$$

$$H = \omega_{c1} J_{c1} + \omega_{c2} J_{c2} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \omega'_{1j} (J_j^{(1)} - J_r^{(1)})^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \omega'_{2j} (J_j^{(2)} - J_r^{(2)})^2 + \frac{2\varepsilon_1}{\sqrt{N}} V_1(J_r^{(1)}, J_{c1}) \sum_{j=1}^N \cos \Psi_j^{(1)} + \frac{2\varepsilon_2}{\sqrt{N}} V_2(J_r^{(1)}, J_{c2}) \sum_{j=1}^N \cos \Psi_j^{(2)}, \quad (2)$$

$$H_c = \sum H_{ck}(J_{ck}), \quad H_e = \sum_j H_{ej}(J_{ej}), \\ V = \sum_{j,k} V_{jk}(J_{ck}, J_{ej}; \theta_{ci}, \theta_{ei}),$$

где  $J_{ck}$  - действие коллективизированной (трансляционной) моды, имеющей волновой вектор  $\vec{k}$ ,  $J_{ej}$  - действия группы атомов, совершающих локализованное ориентационное колебание вблизи координаты  $r_j$ ,  $V_{jk}$  - компоненты энергии взаимодействия,  $\theta_{ci}, \theta_{ei}$  - угол соответствующих степеней свободы,  $\varepsilon$  - безразмерный малый параметр ( $\varepsilon \ll 1$ ). Вблизи температуры перехода  $T_{ci}$  амплитуды локализованных колебаний могут быть значительными, так что  $H_{ej}$  описывают нелинейные колебания:  $\omega_{ej}(J_{ej}) = \partial H_{ej} / \partial J_{ej}$ . В области малых  $k$  (вблизи  $T_{ci}$  основной вклад дают длинноволновые колебания) различие частот (рассматриваем оптические колебания) при изменении  $k$  на  $\Delta k$  из-за дисперсии можно пренебречь.

При достаточно высоких температурах боковые группы разупорядочены, совершают хаотические колебания относительно центров  $r_j$  и из-за сильных тепловых флуктуаций слабо связаны с трансляционными (коллективизированными) колебаниями цепи. Если при приближении к  $T_{ci}$  изменение  $\omega_{ci}$  и  $\omega_{ei}$  может привести к резонансу (нелинейному), то возможно образование связанных  $s_i - \ell_i$  колебательных состояний ниже  $T_{ci}$ . Вблизи резонанса, когда выполняется условие

$$n_c \omega_c(J_{cr}) - n_j \omega_j(J_{jr}) \approx 0$$

( $n_c, n_j$  - целые фиксированные числа,  $J_{cr}$  и  $J_{jr}$  - значения действий, при которых возникает резонанс), эффективный гамильтониан, описывающий связь локализованных и коллективизированных колебаний, можно представить, следуя [8], в виде

где

$$\Psi_j^{(1)} = n\theta_j^{(1)} - n_{c1}\theta_{c1} - \bar{k}\bar{r}_j \quad (3)$$

$$\Psi_j^{(2)} = m\theta_j^{(2)} - n_{c2}\theta_{c2} - \bar{k}\bar{r}_j$$

определяют относительную расстройку фаз колебаний,

$$\omega'_{ci} = \omega'_{cio}(1 - \gamma_{ci}\sigma), \quad \omega'_{ij} = \omega'_{ji}(1 + \gamma_{ji}\sigma). \quad (4)$$

$$\omega'_{cio} = d\omega_{ci} / dJ_{ci}, \quad \omega'_{jio} = d\omega_{ji} / dJ_j$$

Гамильтониан (2) описывает поведение только тех «фононов», которые захвачены в нелинейный резонанс. Первые два слагаемые в формуле (2) соответствуют энергии фононов коллективизированных мод, вторые два - энергии фононов локальных колебаний. Последние два слагаемых соответствуют энергии их взаимодействий. В гамильтониане (2) через частоты (4) было учтено также влияние внешнего поля напряжений  $\sigma$  на фазовый переход ( $\gamma_{ci,j}$  -

константы).

Движению захваченных в резонанс «частиц» соответствуют на фазовой плоскости финитные траектории внутри сепаратрисы. Сепаратриса ограничивает область нелинейного резонанса, внутри которой имеют место фазовые колебания, т.е. ограниченные изменения фаз  $\Psi_j$  (выражение (3)). Согласно уравнению (2), максимальная ширина нелинейного резонанса (размер сепаратрисы)

$$\delta J_k = \max(J_k - J_{kr}) = \left[ \frac{4\varepsilon_k V_k}{d\omega_k / dJ_k} \right]^{1/2} \quad (k=c_i, j) \quad (5)$$

и условие захвата системы в резонанс получается из неравенства  $\delta J \leq J$ , или с учетом выражения (5),  $(\alpha_i / \varepsilon_i)^{1/2} \gg 1$ , где безразмерный параметр нелинейности  $\alpha_i = (d\omega_i / dJ_i)(J_i / \omega_i)$ . Отсюда следует, что нелинейный резонанс может возникнуть и при слабом ангармонизме ( $\alpha_i \ll 1$ ), если только константа связи мод  $\varepsilon_i$  достаточно мала.

Поведение рассматриваемой системы зависит от того, чему равна каждая сумма в гамильтониане (2). Поскольку каждое слагаемое в формуле (2) осциллирует, сумма может принимать значения в очень широком диапазоне. Это связано с тем, что хотя фаза  $\Psi_j^{(i)}$  при условии резонанса и является инвариантом движения для каждого узла решетки в отдельности ( $d\Psi_j / dt = n_i \omega_j - n_c \omega_c \approx 0$ ), она может принимать сильно отличающиеся значения, случайные от узла к узлу. В частности, может быть  $\sum_j \cos \Psi_j \approx 0$ . Такой случай реализуется при высоких температурах ( $T > T_{ci}$ ), когда боковые

группы ведут себя нескоррелированным образом и эффективная связь  $\ell$ - и  $s$ -колебаний пропадает. При низких температурах ( $T < T_{ci}$ ) взаимодействие ориентационной и коллективизированной волн может происходить скоррелированным образом, и  $\sum_j \cos \Psi_j \neq 0$ . Это означает когерентность фаз колебаний  $\Psi_j$  и образование связанного состояния  $\ell$ - и  $s$ -колебаний.

Не зависящие от времени («равновесные») свойства системы, испытывающей структурный фазовый переход, определяется статистической суммой

$$Z = \int e^{-\beta H} d\Gamma, \quad (6)$$

где  $\beta = 1/T$ ,  $d\Gamma$  - элемент фазового объема

$$d\Gamma = d\Gamma_{c1} d\Gamma_{c2} \prod_{j=1}^N d\Gamma_j^{(1)} d\Gamma_j^{(2)} \quad (7)$$

Здесь  $d\Gamma_{ci}$  - элемент объема коллективизированной степени свободы,  $d\Gamma_j^{(1)}$  - элемент объема  $j$ -го атома. Используя выражение (3), получим:

$$\begin{aligned}
d\Gamma_{c1} &= dJ_{c1}d\theta_{c1}; & d\Gamma_{c2} &= dJ_{c2}d\theta_{c2}; & d\Gamma_j^{(1)} &= dJ_j^{(1)}d\theta_j^{(1)}; \\
d\Gamma_j^{(2)} &= dJ_j^{(2)}d\theta_j^{(2)}; & P_j^{(1)} &\equiv J_j^{(1)} - J_r^{(1)}; & P_j^{(2)} &\equiv J_j^{(2)} - J_r^{(2)} \\
d\theta_j^{(1)} &= \frac{1}{n}d\Psi_j^{(1)}; & d\theta_j^{(2)} &= \frac{1}{m}d\Psi_j^{(2)}
\end{aligned} \tag{8}$$

Подставляя выражение (2), (7) и (8) в уравнение (6), находим

$$\begin{aligned}
Z &= \text{const} \int_0^\infty dJ_{c1} \int_0^\infty dJ_{c2} \exp\{-\beta\omega_{c1}J_{c1} - \beta\omega_{c2}J_{c2}\} \prod_{j=1}^N \int dP_j^{(1)} \int dP_j^{(2)} \cdot \\
&\quad \cdot \int d\Psi_j^{(1)} \int d\Psi_j^{(2)} \exp \\
&\quad \left\{ -\frac{1}{2}\beta\omega'_{(1)}P^{2(1)} - \frac{1}{2}\beta\omega'_{(2)}P^{2(2)} - 2\varepsilon_1\beta V_1(J_r^{(1)}, J_{c1})\cos\Psi_j^{(1)} - 2\varepsilon_2\beta V_2(J_r^{(2)}, J_{c2})\cos\Psi_j^{(2)} \right\} = \\
&= \text{const} \int_0^\infty dJ_{c1} \int_0^\infty dJ_{c2} \exp\{-\beta\omega_{c1}J_{c1} - \beta\omega_{c2}J_{c2}\} Q^N(J_{c1}, J_{c2}) = \\
&= \text{const} \int_0^\infty \int_0^\infty dJ_{c1} dJ_{c2} \exp\left\{ N \left[ -\beta\omega_{c1} \frac{J_{c1}}{N} - \beta\omega_{c2} \frac{J_{c2}}{N} + \ln Q(J_{c1}, J_{c2}) \right] \right\}
\end{aligned} \tag{9}$$

где  $\omega'_{(i)} = d\omega(J_{ci})/dJ_{ci}$  и введено обозначение

$$\begin{aligned}
Q(J_{c1}, J_{c2}) &= \int dP^{(1)} \int dP^{(2)} \int d\Psi^{(1)} \int d\Psi^{(2)} \cdot \\
&\quad \cdot \exp\left\{ -\frac{1}{2}\beta\omega'_1 P^{2(1)} - \frac{1}{2}\beta\omega'_2 P^{2(2)} - 2\beta\varepsilon_1 V_1 \cos\Psi^{(1)} - 2\beta\varepsilon_2 V_2 \cos\Psi^{(2)} \right\}
\end{aligned} \tag{10}$$

В первом порядке по амплитудам колебаний взаимодействие носит дипольный характер, и матричный элемент можно представить в виде

$$V_1(J_r^{(1)}, J_{c1}) = g_1(J_r^{(1)})J_{c1}^{1/2}; \quad V_2(J_r^{(2)}, J_{c2}) = g_2(J_r^{(2)})J_{c2}^{1/2} \tag{11}$$

где  $g_i$  - постоянные

С учетом (11) выражение (10) становится

$$\begin{aligned}
Q(J_{c1}, J_{c2}) &= \iint dP^{(1)} dP^{(2)} \int_0^{2\pi} d\Psi^{(1)} \int_0^{2\pi} d\Psi^{(2)} \exp\left[ -\frac{1}{2}\beta\omega'_1 P^{2(1)} - \frac{1}{2}\beta\omega'_2 P^{2(2)} - 2\beta\varepsilon_1 g_1 \sqrt{J_{c1}} \cos\Psi^{(1)} - \right. \\
&\quad \left. - 2\beta\varepsilon_2 g_2 \sqrt{J_{c2}} \cos\Psi^{(2)} \right] = \\
&= \int dP^{(1)} \int dP^{(2)} \exp\left\{ -\frac{1}{2}\beta\omega'_1 P^{2(1)} - \frac{1}{2}\beta\omega'_2 P^{2(2)} \right\} I_0(2\beta\varepsilon_1 g_1 \sqrt{J_{c1}}) \cdot I_0(2\beta\varepsilon_2 g_2 \sqrt{J_{c2}})
\end{aligned}$$

где  $I_0$  – функция Бесселя мнимого аргумента.

В пределе  $N \rightarrow \infty$  имеем

$$Z = \text{const} \cdot \exp\left[ -\beta N(\omega_{c1}J_{c1}^{(0)} + \omega_{c2}J_{c2}^{(0)}) + N \cdot \ln Q(J_{c1}^{(0)}, J_{c2}^{(0)}) \right] \tag{12}$$

где точки перевала  $J_{c1}^{(0)}, J_{c2}^{(0)}$  удовлетворяют системе

$$\beta\omega_{c1}Q(J_{c1}^{(0)}, J_{c2}^{(0)}) = \frac{\partial Q(J_{c1}^{(0)}, J_{c2}^{(0)})}{\partial J_{c1}}; \quad \beta\omega_{c2}Q(J_{c1}^{(0)}, J_{c2}^{(0)}) = \frac{\partial Q(J_{c1}^{(0)}, J_{c2}^{(0)})}{\partial J_{c2}} \tag{13}$$

Если система (13) не имеет решения, то тогда возможны следующие три случая:

либо  $J_{c1}^{(0)} = 0$  и уравнение

$$\beta\omega_{c2}Q(0, J_{c2}^{(0)}) = \frac{\partial Q(0, J_{c2}^{(0)})}{\partial J_{c2}} \tag{14}$$

имеет решение с  $J_{c2}^{(0)} \neq 0$ , либо  $J_{c2}^{(0)} = 0$  и уравнение

$$\beta\omega_{c1}Q(J_{c1}^{(0)},0)=\frac{\partial Q(J_{c1}^{(0)},0)}{\partial J_{c1}} \quad (15)$$

имеет решение с  $J_{c1}^{(0)} \neq 0$ , либо ни одно из уравнений (13)-(15) не имеет решений и тогда  $J_{c1}^{(0)} = J_{c2}^{(0)} = 0$  в (12).

Нетривиальные решения системы (13) отсутствуют при достаточно высоких температурах. С понижением  $T$  может возникнуть фазовый переход в спонтанное когерентное состояние. При  $T < T_{ci}$  взаимодействие между коллективизированной модой и локальными колебаниями групп приводит к образованию связанного состояния. Движение отдельных групп, участвующих в ориентационной моде, упорядочивается по фазе, т.е. становится когерентным. Выше  $T_{ci}$  температурные флуктуации разрушают связанное состояние, и существование конечной плотности связанных фононов ( $J_{ci}^{(0)}$ ) коллективной моды становится энергетически невыгодным. С уменьшением  $T$  происходят последовательные фазовые переходы соответственно при температурах  $T_1, T_2$ . Соотношение между  $T_1$  и  $T_2$  зависит от констант  $g_1, g_2$ . Если, например,  $T_2 > T_1$  (что реализуется при  $g_2 > g_1$ ), то при  $T > T_2$   $J_{c1}^{(0)} = J_{c2}^{(0)} = 0$  и связанного состояния не образуется; при  $T_1 < T < T_2$   $J_{c1}^{(0)} = 0$ ,  $J_{c2}^{(0)} \neq 0$  и определяется из (14), в когерентное состояние переходит одна из двух боковых групп; при  $T < T_1$  величины  $J_{c1}^{(0)}, J_{c2}^{(0)} \neq 0$  и находятся из (13). В последнем случае в когерентное

состояние переходят обе боковые группы.

При достаточно малых  $T$ , если выполняются условия

$$\beta\omega'_{c1}J_r^{(1)2} \gg 1, \quad \beta\omega'_{c2}J_r^{(2)2} \gg 1,$$

выражение для  $Q(J_{c1}, J_{c2})$  упрощается:

$$Q(J_{c1}, J_{c2}) = const \cdot Q_1(J_{c1}) \cdot Q_2(J_{c2});$$

$$Q(J_{ci}) = I_0(2\beta\varepsilon_i g_i \sqrt{J_{ci}}) \quad (i=1,2)$$

Система (13) расщепляется на два независимых уравнения:

$$\frac{\omega_{ci} \sqrt{J_{ci}}}{\varepsilon_i g_i} = \frac{I_1(2\beta\varepsilon_i g_i \sqrt{J_{ci}})}{I_0(2\beta\varepsilon_i g_i \sqrt{J_{ci}})} \quad (16)$$

Из этих уравнений можно определить две критические температуры  $T_{1,2}$ :

$$T_i = \frac{\varepsilon_i^2 g_i^2}{\omega_{ci}} \quad (i=1,2) \quad (17)$$

В заключение отметим, что, поскольку при  $T < T_{ci}$  проявляются когерентные свойства локализованных колебаний боковых групп, интенсивность рассеяния света на этих колебаниях должна резко упасть при  $T > T_{ci}$  из-за случайного разброса фаз рассеивающих групп. Одновременно должно происходить резкое уширение линии рассеяния, что должно наблюдаться в экспериментах по комбинационному рассеянию света.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Семенов А.Н., Хохлов А.Р. //Успехи физ. наук. 1988. Т.156. №3. с. 427.
2. Maier W., Saupé A. //Z. Naturforsch. A. 1958. В 13. №7. S. 564.
3. Jahnig F. // J. Chem. Phys. 1979. V70. P. 3279.
4. Rusakov V.V., Schliomis M.I. //J. Phys. Lett. 1985. V.46. P. 1065.
5. Warner V., Gelling K. P., Vilgis T.A. //J. Chem. Phys. 1988. V.88. P.4008.
6. Wang X.J., Warner M. //J. Phys. A. 1986. V.19. P.2215.
7. Брус А., Каули Р. Структурные фазовые переходы. М.: Мир, 1984.
8. Александров К.С., Александрова И.П., Заславский Г.М., Сорокин А.В., Шабанов В.Ф. //Письма в ЖЭТФ. 1975. Т.21. №1. С.58.
9. Заславский Г. М., Шабанов В.Ф., Александров К.С., Александрова И.П. //Журн. эксперим. и теоретич. физики. 1977. Т.72. №2. С.602.
10. Заславский Г.М., Сагдеев Р.З. Введение в нелинейную физику. М.: Наука, 1988.
11. Заславский Г.М., Куденко Ю.А., Сливинский А.П. //Журн. эксперим. и теоретич. физики. 1975. Т.68. №6. С.2276.
12. Савин Е.С. //Высокомолекулярные соединения А.2000. Т.42. №6. С.974.