

ПРИМЕНЕНИЕ МНОГОМЕРНОГО СТАТИСТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА В ИССЛЕДОВАНИЯХ ДОЛГОВРЕМЕННОЙ ПРОЧНОСТИ ПОЛИМЕРОВ. 2. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ.

А.А. Валишин, Т.С. Степанова

Предложен метод построения оптимальной регрессионной модели ТВЗП, основанной на принципах многомерного регрессионного анализа. Выполнен вычислительный эксперимент, моделирующий реальные условия испытаний на долговечность и получены квазиэкспериментальные данные, которые были подвергнуты статистической обработке предложенным методом. Доказана реальность эффекта смещения полюса и, тем самым, закончен давний спор по поводу этого эффекта. На примере полимеров ПЭ и ПММА показано, что ТВЗП ПЭ описывается моделью Журкова, а ТВЗП ПММА – моделью Регеля-Ратнера.

Основной задачей настоящей статьи является: установить реальность или ложность эффекта смещения полюса, о котором говорилось в [1], используя методы многомерного регрессионного анализа. С этой целью был проведен вычислительный эксперимент для двух различных полимеров: полиметилметакрилата (ПММА) и полиэтилена (ПЭ). Из литературы известно, что температурно-временная зависимость прочности (ТВЗП) полиэтилена описывается формулой Журкова, а полиметилметакрилата – формулой Регеля-Ратнера [2, 3]. Обе формулы и следующие из них модели приведены в [1]. Из источника [2] были взяты численные значения физических параметров долговечности τ_0, U_0, γ, T_n . По формулам (1) и (2) из [1] рассчитывалась долговечность $\lg \tau$, или в терминах регрессионного анализа регулярная часть отклика η_j для различных напряжений и температур (то есть в различных «экспериментальных» точках факторной плоскости). Затем с помощью генератора нормальных случайных чисел с нулевым мате-матическим ожиданием и различной дисперсией разыгрывалась на компьютере случайная составляющая отклика ε_{ij} . Она добавлялась к регулярной части, и тем самым, были получены «экспериментальные» данные по долговечности. Полученные «экспериментальные» данные обрабатывались по описанному в

[1] алгоритму.

Параметрами генератора случайных чисел являются математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение (стандартное отклонение). Математическое ожидание случайной составляющей отклика равно нулю, а среднее квадратичное отклонение варьировалось в пределах $\Sigma = 0.5 \div 3$.

Известно, что с вероятностью близкой к единице (а точнее 0.99862), нормальное распределение сосредоточено в интервале радиусом 3Σ с центром в точке математического ожидания (правило трех сигм). Варьирование среднего квадратичного отклонения в указанных пределах означает, что рассеивание «экспериментальных» значений логарифма долговечности $\lg \tau$ варьировалось нами от 1.5 до 9 в обе стороны по логарифмической шкале.

Из практики эксперимента известно, что разброс экспериментальных значений весьма значителен. Именно поэтому мы варьировали в математическом эксперименте этот разброс в максимально широких пределах, в пределах устойчивости вычислительной схемы регрессионного анализа. Каждый раз при этом проверяли, распознаются ли две исследованные модели (Журкова и Регеля-Ратнера) или нет. Распознавание моделей производилось по критерию адекватности моделей с дополнительной оценкой значимости коэффициентов регрессии. Установлено, что по критерию адекватности модели надежно распознаются до значений

среднего квадратичного отклонения $\Sigma = 3$. При больших значениях среднего квадратичного отклонения по критерию адекватности упомянутые модели уже не распознаются. Это означает, что разброс экспериментальных значений логарифма долговечности становится настолько большим, что вычислительная схема регрессионного анализа становится неустойчивой. При таком большом разбросе теряет смысл понятие экспериментальной долговечности как среднего из полученных значений при повторных измерениях. В этом случае

нужно пользоваться распределением вероятностей отдельных значений $\lg \tau$. Заметим, что подобный и даже еще больший разброс экспериментальных данных особенно характерен для образцов малых размеров (тонкие полимерные волокна и пленки). Для них обнаружено еще и другое новое явление – уровни долговечности или прочности, когда кривая распределения экспериментальных значений становится полимодальной [3].

В табл. 1 и 2 в качестве примера приведены фрагменты «экспериментальных» данных для ПЭ и ПММА.

Таблица 1.
Значения $\lg \tau$ при $\Sigma = 1.5$ для ПММА.

$\sigma = 10^6$ МПа	T=203K	T=223K	T=243K	T=263K	T=283K	T=303K	T=323K	T=343K
20	18.96	14.99	11.67	8.86	6.44	4.35	2.51	0.95
	18.98	15.01	11.70	8.88	6.47	4.37	2.54	0.98
	18.21	14.24	10.92	8.11	5.69	3.59	1.76	0.20
	19.69	15.72	12.41	9.59	7.18	5.08	3.25	1.69
	16.98	13.01	9.69	6.88	4.46	2.37	0.53	-1.03
	18.35	14.38	11.06	8.25	5.83	3.73	1.90	0.34
	19.95	15.98	12.66	9.85	7.44	5.34	3.50	1.95
	21.56	17.59	14.27	11.46	9.04	6.95	5.11	3.55
	19.92	15.95	12.63	9.82	7.41	5.31	3.47	1.91
	17.57	13.60	10.28	7.47	5.05	2.96	1.12	-0.44
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
90	-9.88	-10.13	-10.34	-10.52	-10.68	-10.81	-10.93	-10.44
	-9.85	-10.11	-10.32	-10.50	-10.65	-10.78	-10.90	-10.41
	-10.63	-10.88	-11.09	-11.27	-11.43	-11.56	-11.68	-11.19
	-9.14	-9.40	-9.61	-9.79	-9.94	-10.07	-10.19	-9.70
	-11.86	-12.11	-12.32	-12.50	-12.66	-12.79	-12.91	-12.42
	-10.49	-10.74	-10.95	-11.13	-11.29	-11.42	-11.54	-11.05
	-8.88	-9.14	-9.35	-9.53	-9.68	-9.82	-9.93	-9.44
	-7.28	-7.53	-7.74	-7.92	-8.08	-8.21	-8.33	-7.83
	-8.92	-9.17	-9.38	-9.56	-9.71	-9.85	-9.96	-9.47
	-11.27	-11.52	-11.73	-11.91	-12.07	-12.20	-12.32	-11.82

Среднее квадратичное отклонение случайной составляющей отклика ($\lg \tau$) для данных этих таблиц было $\Sigma = 1.5$, что соответствует радиусу интервала рассеивания значений $\lg \tau$, равному 4.5 по логарифмической шкале. Для ПЭ «измерения» проводились в 84-х «экспериментальных» точках факторной плоскости, соответствующих различным

напряжениям и температурам. Напряжение варьировалась на 12 уровнях, температура – на 7. В каждой «экспериментальной» точке производилось по 10 повторных «измерений». Для ПММА «измерения» проводились в 64-х «экспериментальных» точках факторной плоскости. Напряжение и температура варьировались на 8 уровнях.

Таблица 2.
Значения $\lg \tau$ при $\Sigma = 1.5$ для ПЭ.

$\sigma = 10^6 \text{ МПа}$	T=183K	T=203K	T=243K	T=263K	T=283K	T=303K	T=323K
100	16.05	13.20	8.92	7.26	5.84	4.61	3.53
	16.08	13.23	8.94	7.29	5.87	4.63	3.55
	15.30	12.45	8.16	6.51	5.09	3.86	2.78
	16.79	13.94	9.65	8.00	6.58	5.34	4.26
	14.07	11.22	6.93	5.28	3.86	2.63	1.55
	15.44	12.59	8.30	6.65	5.23	4.00	2.92
	17.04	14.20	9.91	8.26	6.83	5.60	4.52
	18.65	15.80	11.52	9.86	8.44	7.21	6.13
	17.01	14.17	9.88	8.22	6.80	5.57	4.49
	14.66	11.81	7.53	5.87	4.45	3.22	2.14
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
1200	-8.54	-8.97	-9.60	-9.85	-10.06	-10.24	-10.41
	-8.52	-8.94	-9.58	-9.82	-10.04	-10.22	-10.38
	-9.29	-9.72	-10.36	-10.60	-10.81	-11.00	-11.16
	-7.81	-8.23	-8.87	-9.11	-9.33	-9.51	-9.67
	-10.52	-10.95	-11.59	-11.83	-12.04	-12.23	-12.39
	-9.15	-9.58	-10.22	-10.46	-10.67	-10.86	-11.02
	-7.55	-7.97	-8.61	-8.86	-9.07	-9.25	-9.41
	-5.94	-6.36	-7.00	-7.25	-7.46	-7.64	-7.80
	-7.58	-8.00	-8.64	-8.89	-9.10	-9.28	-9.44
	-9.93	-10.35	-10.99	-11.24	-11.45	-11.63	-11.79

Прежде всего, все «экспериментальные» данные, приведенные в табл. 1 и 2, проверились на гомоскедастичность. Для этого в каждой «экспериментальной» точке факторной плоскости вычислялась выборочная дисперсия воспроизводимости повторных измерений по формуле (10) из [1]. Все полученные дисперсии по критерию Кохрена проверялись на однородность. Было установлено, что дисперсии воспроизводимости в «экспериментальных» точках различаются незначимо. Это позволило принять статистический вес каждой «экспериментальной» точки равным единице. Затем все экспериментальные данные кодировались с помощью формул (16) из [1]. В кодированных переменных две исследуемые регрессионные модели имеют вид:

Модель Журкова:

$$w_j = \alpha_2 y_j + \alpha_3 z_j + \varepsilon_j, j = 1, 2, 3, \dots, N \quad (1)$$

Модель Регеля-Ратнера:

$$w_j = \alpha_1 x_j + \alpha_2 y_j + \alpha_3 z_j + \varepsilon_j, j = 1, 2, 3, \dots, N \quad (2)$$

В этих формулах кодированные коэффициенты регрессии $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ связаны с физическими параметрами долговечности формулами (19 а) и (19 б) из [1]. Смысл обозначений в формулах (5) и (6) разъясняется в [1]. Матрица для модели Журкова имеет вид:

$$F = \begin{pmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \\ \vdots & \vdots \\ y_N & z_N \end{pmatrix} \quad (3)$$

Для модели Регеля-Ратнера:

$$F = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_N & y_N & z_N \end{pmatrix} \quad (4)$$

Число «экспериментальных» точек факторной плоскости для ПЭ $N = 84$, для ПММА $N = 64$. Матрица плана для ПЭ имеет размеры (84×2) , для ПММА –

(64×3). По формулам (22) и (23) из [1] вычисляется вектор статистических оценок коэффициентов регрессии $\hat{\alpha} = (\hat{\alpha}_2, \hat{\alpha}_3)$ для

модели Журкова и $\hat{\alpha} = (\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \hat{\alpha}_3)$ для модели Регеля-Ратнера. Результаты расчетов сведены в табл. 3.

Таблица 3.

Результаты статистической обработки модельных экспериментальных данных (стандартное отклонение $\Sigma = 1.5$).

Оценки	Полиэтилен (ПЭ)		Полиметилметакрилат (ПММА)	
	модель Журкова	модель Регеля-Ратнера	модель Журкова	модель Регеля-Ратнера
$\hat{\alpha}_1$	-	$-8.3 \cdot 10^{-15}$	-	0.59
$\hat{\alpha}_2$	0.73	0.73	0.8	1
$\hat{\alpha}_3$	-0.99	-0.99	-0.97	-1.6
S_r^2	1.73	1.73	6.21	0.28
S_l^2	1.78	1.78	1.77	1.77
$F = \frac{S_r^2}{S_l^2}$	0.97	0.97	3.45	0.16
F_T	1.29	1.29	1.34	1.34
R^2	0.999	0.999	0.98	0.999
$\hat{U}_0$	$1.86 \cdot 10^{-19}$ Дж ($1.81 \cdot 10^{-19}$ Дж)	-	-	$3.66 \cdot 10^{-19}$ Дж ($3.62 \cdot 10^{-19}$ Дж)
$\hat{\gamma}$	$1.4 \cdot 10^{-28}$ м ³ ($1.3 \cdot 10^{-28}$ м ³)	-	-	$3.92 \cdot 10^{-27}$ м ³ ($3.82 \cdot 10^{-27}$ м ³)
$\lg \tau_0$	-11.6 (-13)	-	-	-11.35 (-12)
$\hat{T}_n$	-	-	-	660K (667K)

Проверка адекватности моделей Журкова и Регеля-Ратнера осуществлялась путем сравнения выборочных дисперсий S_r^2 и S_l^2 , как было описано в [1]. Вычисленные значения выборочных дисперсий приведены в той же таблице 3. Для уровня значимости γ и чисел степеней свободы $\nu_r = N - q, \nu_l = N_0 - N$ по таблицам распределения Фишера была найдена квантиль $F_T = F(1 - \gamma, \nu_r, \nu_l)$, ее значение также приведено в таблице. Для ПЭ их сравнение с вероятностью 95% показало, что выборочные дисперсии отличаются незначимо для обеих моделей. Это означает, что обе модели – Журкова и Регеля-Ратнера адекватно описывают «экспериментальные» данные табл. 1. Но для физики и материаловедения полимеров первостепенное значение имеют оценки физических параметров

ТВЗП с вытекающими далее выводами и следствиями. С этой точки зрения модели Журкова и Регеля-Ратнера неравноценны. А именно, следует обратить внимание на малое значение коэффициента регрессии $\hat{\alpha}_1$ для ПЭ в модели Регеля-Ратнера. Этот регрессор отвечает за смещение полюса. Поэтому производилась оценка значимости коэффициента $\hat{\alpha}_1$ для ПЭ. Процедура оценки значимости коэффициентов регрессии была описана в [1]. Получено, что с 95%-ной надежностью коэффициент $\hat{\alpha}_1$ в модели Регеля-Ратнера для ПЭ незначим. Это означает, что приведенное в таблице 3 ненулевое значение коэффициента $\hat{\alpha}_1$ следует отнести на счет случайных возмущений, а в действительности он равен нулю с заданной надежностью. При изъятии регрессора $\hat{\alpha}_1$ модель Регеля-

Ратнера становится моделью Журкова. Таким образом, с 95%-ной надежностью можно утверждать, что ТВЗП полиэтилена описывается моделью Журкова. Для ПММА при проверке на адекватность модели Журкова путем сравнения дисперсий S_l^2 и S_r^2 было получено их значимое различие, а в модели Регеля-Ратнера проверка показала значимость регрессора $\hat{\alpha}_1$ с надежностью 95% и, следовательно, для этого полимера существенно смещение полюса. Таким образом, можно утверждать, что ТВЗП полиметилметакрилата описывается моделью Регеля-Ратнера.

В работе [1] было показано, что, если в регрессионной модели недостает регрессоров, то это приводит к смещению статистических оценок этих регрессоров. Это означает, что, если для ПММА принять модель Журкова, то оценки физических параметров ТВЗП получатся смещенными, то есть, если для ПММА найти значения физических параметров по модели Журкова, то полученные значения будут содержать систематическую оценку

и будут неправильными со всеми вытекающими далее следствиями для физики и материаловедения.

В той же табл. 3 приведены вычисленные значения коэффициента множественной корреляции. Во всех случаях полученные значения практически одинаковы. Следовательно, коэффициент множественной корреляции не различает модели Журкова и Регеля-Ратнера, он нечувствителен к различию этих моделей. Это понятно, если вспомнить то, что, как было сказано выше, коэффициент множественной корреляции характеризует лишь значимость регрессии, то есть значимое влияние на долговечность изменений температуры и напряжения. Однако, для обоих материалов – ПЭ и ПММА это влияние значимо, что и отражает коэффициент множественной корреляции.

Также в табл. 3 представлены вычисленные оценки физических параметров $\lg \tau_0, \hat{U}_0, \hat{\gamma}, \hat{T}_n$ долговечности и в скобках указаны их значения, взятые из литературы.

Таблица 4.
Значения $\lg \tau$ при $\Sigma = 2.9$ для ПММА.

$\sigma = 10^6 \text{ МПа}$	T=203K	T=223K	T=243K	T=263K	T=283K	T=303K	T=323K	T=343K
20	21.17	17.20	13.88	11.07	8.65	6.56	4.72	3.16
	18.12	14.15	10.83	8.02	5.60	3.51	1.67	0.11
	19.40	15.43	12.11	9.30	6.89	4.79	2.95	1.39
	15.87	11.90	8.58	5.77	3.35	1.25	-0.58	-2.14
	16.23	12.26	8.94	6.13	3.71	1.62	-0.22	-1.78
	16.17	12.20	8.88	6.07	3.65	1.56	-0.28	-1.84
	17.92	13.95	10.64	7.82	5.41	3.31	1.48	-0.08
	17.90	13.93	10.61	7.80	5.39	3.29	1.45	-0.11
	20.14	16.17	12.85	10.04	7.62	5.53	3.69	2.13
	16.22	12.25	8.93	6.12	3.70	1.60	-0.23	-1.79
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
90	-7.67	-7.92	-8.13	-8.31	-8.46	-8.60	-8.72	-8.22
	-10.72	-10.97	-11.18	-11.36	-11.52	-11.65	-11.77	-11.28
	-9.44	-9.69	-9.90	-10.08	-10.23	-10.37	-10.48	-9.99
	-12.97	-13.22	-13.44	-13.61	-13.77	-13.90	-14.02	-13.53
	-12.61	-12.86	-13.07	-13.25	-13.40	-13.54	-13.66	-13.16
	-12.67	-12.92	-13.13	-13.31	-13.46	-13.60	-13.72	-13.22
	-10.91	-11.17	-11.38	-11.56	-11.71	-11.84	-11.96	-11.47
	-10.94	-11.19	-11.40	-11.58	-11.73	-11.87	-11.98	-11.49
	-8.70	-8.95	-9.16	-9.34	-9.50	-9.63	-9.75	-9.26
	-12.62	-12.87	-13.08	-13.26	-13.42	-13.55	-13.67	-13.18

Таблица 5.
Значения $\lg \tau$ при $\Sigma = 2.9$ для ПЭ.

$\sigma = 10^6 \text{ МПа}$	T=183K	T=203K	T=243K	T=263K	T=283K	T=303K	T=323K
100	18.26	15.41	11.13	9.47	8.05	6.82	5.74
	15.21	12.36	8.08	6.42	5.00	3.77	2.69
	16.49	13.65	9.36	7.70	6.28	5.05	3.97
	12.96	10.11	5.82	4.17	2.75	1.52	0.44
	13.32	10.47	6.19	4.53	3.11	1.88	0.80
	13.26	10.41	6.13	4.47	3.05	1.82	0.74
	15.02	12.17	7.88	6.23	4.81	3.57	2.49
	14.99	12.15	7.86	6.21	4.78	3.55	2.47
	17.23	14.38	10.10	8.44	7.02	5.79	4.71
	13.31	10.46	6.17	4.52	3.10	1.87	0.79
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
1200	-6.33	-6.75	-7.39	-7.64	-7.85	-8.03	-8.19
	-9.38	-9.81	-10.44	-10.69	-10.90	-11.09	-11.25
	-8.10	-8.52	-9.16	-9.41	-9.62	-9.80	-9.96
	-11.63	-12.06	-12.70	-12.94	-13.15	-13.34	-13.50
	-11.27	-11.69	-12.33	-12.58	-12.79	-12.97	-13.13
	-11.33	-11.75	-12.39	-12.64	-12.85	-13.03	-13.19
	-9.58	-10.00	-10.64	-10.88	-11.10	-11.28	-11.44
	-9.60	-10.02	-10.66	-10.91	-11.12	-11.30	-11.46
	-7.36	-7.79	-8.42	-8.67	-8.88	-9.07	-9.23
	-11.28	-11.71	-12.35	-12.59	-12.80	-12.99	-13.15

В табл. 4 и 5 приведены фрагменты результатов моделирования испытаний на долговечность тех же двух полимеров для среднего квадратичного отклонения случайной составляющей отклика $\Sigma = 2.9$. Этот предел устойчивости вычислительной схемы регрессионного анализа соответствует радиусу интервала рассеивания значений отклика $\lg \tau$, равному 8.7 по логарифмической шкале. Условия математического эксперимента сохранялись такие же, при которых были получены данные табл. 1 и 2.

Далее производилась статистическая обработка этих данных. Результаты приведены в табл. 6.

Сравнивая результаты, приведенные в табл. 3 и 6, видим, что, несмотря на большой разброс в исходных «экспериментальных» данных во втором случае, результаты практически одинаковы. Также как и в прошлом эксперименте, оценка значимости регрессионного коэффициента $\hat{\alpha}_1$ в модели Регеля-Ратнера для материала ПЭ

оказалась незначимой и, значит, для этого материала постулируется модель Журкова, для ПММА вновь выявлена неадекватность модели Журкова и с 95%-ной надежностью принята модель Регеля-Ратнера.

Полученные в этой статье результаты могут показаться малоубедительными и, более того, заранее очевидными: что было заложено, то и было получено. В самом деле, мы с самого начала приняли, что ТВЗП полиэтилена описывается формулой Журкова, ПММА – формулой Регеля-Ратнера. Именно этот результат мы и получили в конце. А вот как будет с настоящим экспериментальными данными, полученными в реальном эксперименте с реальным материалом? Ведь в этом случае заранее не известно, какой моделью описывается ТВЗП. Однако необходимо заметить, что смоделированные нами на компьютере квазиэкспериментальные данные в действительности ничем не хуже, чем реальные. Хотя в основу мы положили заранее постулированную модель и вычисляли по ней долговечность

τ (а точнее $\lg \tau$), но эти результаты «затушевывались» случайной ошибкой, которая варьировалась и искажала «до неузнаваемости» вычисления по постулированной модели. В реальном случае природой тоже заложено, что ТВЗП изучаемого материала описывается

какой-то неизвестной детерминированной формулой, но значения долговечности, которые следовали бы из этой формулы, тоже искажаются естественным образом из-за статичности, присущей самому изучаемому материалу и из-за инструментальных помех.

Таблица 6.

Результаты статистической обработки модельных экспериментальных данных (стандартное отклонение $\Sigma = 2.9$).

Оценки	Полиэтилен (ПЭ)		Полиметилметакрилат (ПММА)	
	модель Журкова	модель Регеля-Ратнера	модель Журкова	модель Регеля-Ратнера
$\hat{\alpha}_1$	-	$-8.3 \cdot 10^{-15}$	-	0.59
$\hat{\alpha}_2$	0.73	0.73	0.8	1
$\hat{\alpha}_3$	-0.99	-0.99	-0.97	-1.6
S_r^2	1.73	1.73	6.21	0.28
S_l^2	3.41	3.41	3.41	3.41
$F = \frac{S_r^2}{S_l^2}$	0.5	0.5	1.81	0.08
F_T	1.29	1.29	1.34	1.34
R^2	0.999	0.999	0.98	0.999
$\hat{U}_0$	$1.86 \cdot 10^{-19}$ Дж ($1.81 \cdot 10^{-19}$ Дж)	-	-	$3.66 \cdot 10^{-19}$ Дж ($3.62 \cdot 10^{-19}$ Дж)
$\hat{\gamma}$	$1.4 \cdot 10^{-28}$ м ³ ($1.3 \cdot 10^{-28}$ м ³)	-	-	$3.92 \cdot 10^{-27}$ м ³ ($3.82 \cdot 10^{-27}$ м ³)
$\lg t_0$	-12.68 (-13)	-	-	-12.45 (-12)
$\hat{T}_n$	-	-	-	660K (667K)

При обработке реального эксперимента тоже постулируется некоторая модель и статистическими методами, описанными здесь, выявляется ее адекватность или неадекватность экспериментальным данным. Если обнаружена неадекватность, постулируется другая модель, вновь проделываются все вычисления и проверяется адекватность. И так делается до тех пор, пока не будет подобрана регрессионная модель, адекватно описывающая экспериментальные данные. При этом нужно иметь некий запас или банк регрессионных моделей ТВЗП, из которого берется наиболее подходящая модель. На сегодняшний день в этом банке четыре модели, основанные на четырех известных формулах

долговечности. Две из них: модель Журкова и модель Регеля-Ратнера обсуждались в этой статье. Еще две модели основаны на формуле долговечности Бартенева:

$$\tau = \tau_0 \sigma^{-m} \exp[U_0 / (kT)] \quad (5)$$

А также на формуле долговечности Ратнера:

$$\tau = \tau_0 \exp[U_0 / (kT) - \alpha \sigma] \quad (5)$$

При этом α не зависит от температуры.

Чтобы подчеркнуть работоспособность предложенного здесь метода различия и подбора регрессионных моделей ТВЗП, модельные экспериментальные данные в табл. 1, 2 и 3, 4 обрабатывались по модели Бартенева, которая имеет вид:

$$\bar{w}_j = \beta_0 + \beta_1 x_j + \beta_2 y_j + \bar{\varepsilon}_j, j = 1, 2, 3, \dots, N \quad (7)$$

Результаты приведены в табл. 7 и показывают безусловную неадекватность модели Бартенева.

Таким образом, можно утверждать, что

предложенный в этой статье метод позволяет надежно различать регрессионные модели ТВЗП и дает возможность подобрать оптимальную модель.

Таблица 7.

Результаты статистической обработки модельных экспериментальных данных по модели Бартенева (стандартное отклонение $\Sigma = 2.9$).

Оценки	Полиэтилен (ПЭ)	Полиметилметакрилат (ПММА)
$\hat{\alpha}_1$	-0.79	-0.84
$\hat{\alpha}_2$	0.38	0.42
$\hat{m}$	15.9	29.1
$\hat{U}_0$	$9.7 \cdot 10^{-20}$	$1.5 \cdot 10^{-19}$
$\lg \tau_0$	125.6	204.2
S_r^2	$2.11 \cdot 10^{14}$	$1.75 \cdot 10^{13}$
S_l^2	3.41	3.41
$F = \frac{S_r^2}{S_l^2}$	$6.2 \cdot 10^{13}$	$5.1 \cdot 10^{12}$
F_T	1.29	1.34

ЛИТЕРАТУРА:

1. Валишин, А.А. Применение многомерного статистического анализа в исследованиях долговременной прочности полимеров. 1. Теория / А.А. Валишин, Т.С. Степанова // Вестник МИТХТ. - 2007. - Т. 2, № 1. - С. 40-45.
2. Регель, В.Р. Кинетическая природа прочности твердых тел / В.Р. Регель, А.И. Слункер, Э.Е. Томашевский - М. : Наука, 1974. - 450 с.
3. Разрушение тонких полимерных пленок и волокон / Б. Цой [и др.] - М. : Химия, 1997. - 175 с.